



Atenção: A ficha abaixo deve ser preenchida e devolvida.

Nome:	
Endereço:	
Cidade:	Estado:
Telefone:	Ano/Série:
Email:	
Colégio:	

Leia atentamente as instruções antes do início da prova.

INSTRUÇÕES

1. A duração da prova é de **3 horas**.
2. O **tempo mínimo** de prova é de 1 hora.
3. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
4. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D), (E), e **apenas uma** delas é correta.
5. **Marque suas respostas abaixo da seguinte forma** ■ .
6. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção: se marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.**
7. **Não é permitido o uso de calculadoras** nem consultas a notas ou livros.
8. Ao final da prova, entregue apenas esta folha.

PARA PREENCHIMENTO EXCLUSIVO DO ALUNO:

Respostas

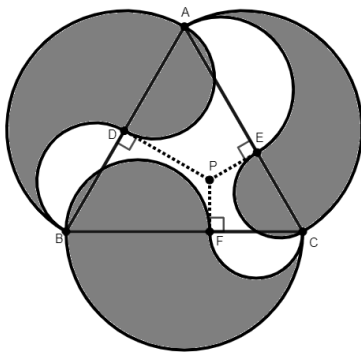
Questão 01	A	B	C	D	E	Questão 11	A	B	C	D	E
Questão 02	A	B	C	D	E	Questão 12	A	B	C	D	E
Questão 03	A	B	C	D	E	Questão 13	A	B	C	D	E
Questão 04	A	B	C	D	E	Questão 14	A	B	C	D	E
Questão 05	A	B	C	D	E	Questão 15	A	B	C	D	E
Questão 06	A	B	C	D	E	Questão 16	A	B	C	D	E
Questão 07	A	B	C	D	E	Questão 17	A	B	C	D	E
Questão 08	A	B	C	D	E	Questão 18	A	B	C	D	E
Questão 09	A	B	C	D	E	Questão 19	A	B	C	D	E
Questão 10	A	B	C	D	E	Questão 20	A	B	C	D	E

PARA PREENCHIMENTO EXCLUSIVO DO PROFESSOR:

TOTAL DOS PONTOS NA PRIMEIRA FASE:



(1) Considere P um ponto no interior de um triângulo equilátero ABC , cuja medida do lado é 4. Sejam D , F e G pontos tais que DP é perpendicular a AB , PE é perpendicular a AC , e PF é perpendicular a BC , respectivamente. São desenhados 9 arcos de circunferência $\widehat{AB}, \widehat{DA}, \widehat{BD}, \widehat{AC}, \widehat{AE}, \widehat{EC}, \widehat{BC}, \widehat{BF}, \widehat{FC}$. Qual é a área da região destacada?

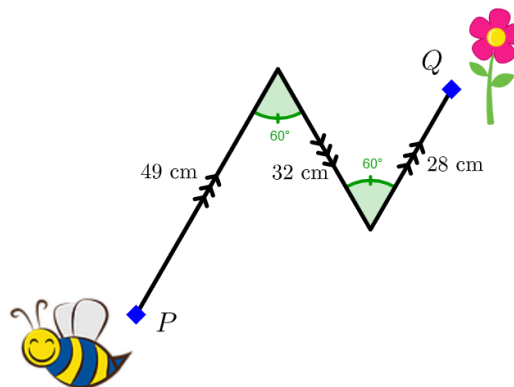


- (a) 24π
- (b) 8π
- (c) 6π
- (d) 4π
- (e) 2π

(2) Vinícius, William, Xavier, Yasmim e Zara resolveram criar um jogo. Inicialmente, cada um escolhe um número de pelo menos dois algarismos, e então o soma com o número obtido ao inverter os algarismos do número original. Eles repetem o procedimento até encontrar um número palíndromo, ou seja, um número que é o mesmo se lido da direita para a esquerda ou da esquerda para direita. Por exemplo, se um deles escolhesse o número 57, obteriam um palíndromo após realizar a operação 2 vezes, pois $57 + 75 = 132$ e $132 + 231 = 363$. Ganha o jogo quem obtiver um palíndromo após repetir a operação a menor quantidade possível de vezes. Se Vinícius, William, Xavier, Yasmim e Zara escolheram os números 5726, 3735, 353, 175 e 78, respectivamente, é correto dizer que quem venceu o jogo foi

- (a) Vinícius
- (b) William
- (c) Xavier
- (d) Yasmim
- (e) Zara

(3) Num jardim, uma abelha está no ponto inicial P , e avista uma flor no ponto Q . Como esta abelha se move de forma muito peculiar, ela fez o caminho indicado na figura abaixo, percorrendo no total 109 centímetros.



Se ela tivesse voado em linha reta, quantos centímetros a menos esta abelha teria percorrido?

- (a) 36 cm
- (b) 42 cm
- (c) 49 cm
- (d) 60 cm
- (e) 67 cm

(4) Um certo dia Paulo falou para Maria:
— Você percebeu que se eu tivesse nascido 2 anos antes de você, hoje eu teria o dobro da sua idade e que quatro anos atrás eu tinha o triplo da sua idade?

Considerando que as afirmações de Paulo são verdadeiras, quantos anos atrás Paulo tinha o quádruplo da idade de Maria?

- (a) 6
- (b) 7
- (c) 8
- (d) 9
- (e) 10

(5) João escreveu na lousa todos os números naturais de 1 a 100. A seguir, substituiu todos os múltiplos de 3 pelo número 4. Qual a soma de todos os números escritos na lousa ao final destas operações?

- (a) 5050
- (b) 4599
- (c) 4600
- (d) 3499
- (e) 3300



(6) Num triângulo ABC , cujos lados medem $AB = 12m$, $AC = 10m$ e $BC = 15m$, considere um ponto D sobre o lado \overline{BC} tal que o triângulo ABD seja obtusângulo e $AD = 8m$. Qual a medida do segmento \overline{BD} ?

(a) $\frac{27}{5}m$

(b) $\frac{20}{3}m$

(c) $\frac{25}{3}m$

(d) $\frac{7}{4}m$

(e) $\frac{20}{7}m$

(7) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, a matriz A^{2021} é igual a:

(a) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(8) João cria apenas galinhas e porcos em seu sítio e possui no total 30 animais. Num certo dia ele adquiriu mais x porcos e vendeu y galinhas ficando exatamente com o mesmo número de porcos e de galinhas. Se ao invés de adquirir x porcos e vender y galinhas, ele tivesse adquirido x galinhas e vendido y porcos, então ele ficaria com:

(a) $x + y$ porcos a mais do que galinhas.

(b) $x + y$ porcos a menos do que galinhas.

(c) o mesmo número de porcos e galinhas.

(d) $2x + 2y$ porcos a mais do que galinhas.

(e) $2x + 2y$ porcos a menos do que galinhas.

(9) Se $\log_4 3 = a$, então $\log_{27} 108$ é igual a

(a) 4

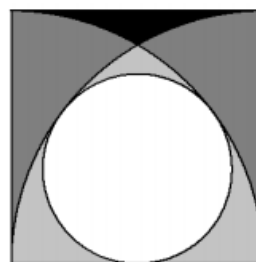
(b) $3a$

(c) $\frac{3a+1}{3a}$

(d) $\frac{a+3}{a}$

(e) 6

(10) O logotipo de uma certa empresa tem a forma de um quadrado de lado igual a 4 cm, representado na figura abaixo:



No interior do quadrado, o círculo branco é tangente a dois arcos de circunferência com centros nos vértices do quadrado. Qual o raio do círculo branco?

(a) 1,2 cm

(b) 1,3 cm

(c) 1,4 cm

(d) 1,5 cm

(e) 1,6 cm

(11) Manoel e Carolina possuem diversos potes de geleia, cada um pesando uma certa quantidade de gramas. O peso total de todos os potes de geleia de Manoel é 15 vezes maior do que o peso total de todos os potes de Carolina. Manoel deu a Carolina o pote de geleia mais leve que ele tinha, e após isso, o peso dos potes que ele tinha passou a ser 8 vezes maior do que o peso total dos potes de Carolina. Qual é o maior número de potes de geleia que Carolina poderia ter originalmente?

(a) 19

(b) 18

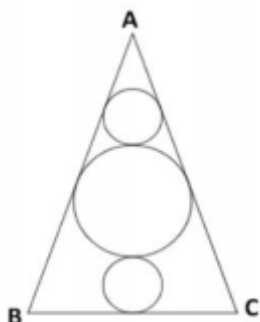
(c) 17

(d) 16

(e) 15



(12) Na figura a seguir, a circunferência superior e a inferior possuem raios iguais a 1 cm e a circunferência do centro possui raio igual a 2cm. A circunferência superior e a do centro são tangentes aos lados \overline{AB} e \overline{AC} do triângulo ABC e tangentes externamente uma à outra. A circunferência inferior é tangente ao lado \overline{BC} e tangente externamente à circunferência do centro. Sabendo que os centros das três circunferências estão alinhados, qual a área do triângulo ABC ?



- (a) 20 cm^2
- (b) 25 cm^2
- (c) $20\sqrt{2} \text{ cm}^2$
- (d) $25\sqrt{2} \text{ cm}^2$
- (e) 30 cm^2

(13) Considere N um número natural tal que $N!$ termina com uma quantidade de zeros que é o dobro da quantidade de zeros com a qual termina o número $(N - 38)!$. Invertendo-se a ordem dos algarismos de N , obtém-se outro número que satisfaz essa condição. É correto afirmar que o menor valor de N é

- (a) 74
- (b) 78
- (c) 79
- (d) 85
- (e) 86

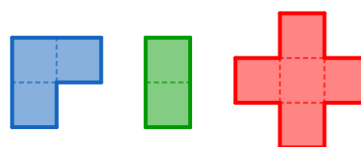
(14) Qual é o período da dízima periódica de $\frac{1}{3^{2021}}$?

- (a) 3^{2020}
- (b) 3^{2019}
- (c) 3^{2018}
- (d) 3^{2017}
- (e) 1

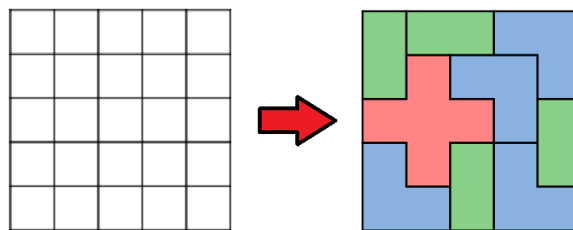
(15) Maria vai à feira e percebe que se comprar 3 dúzias de laranjas, 3 dúzias de bananas e 2 dúzias de maçãs gastaria 51 reais, mas se comprasse 2 dúzias de laranjas, 4 dúzias de bananas e 3 dúzias de maçãs gastaria 67 reais. Quanto Maria gastaria se comprasse 8 dúzias de laranjas, 4 dúzias de bananas e 2 dúzias de maçãs?

- (a) 119 reais
- (b) 90 reais
- (c) 80 reais
- (d) 70 reais
- (e) 60 reais

(16) A loja de tapetes persas de Gabriel pretende inovar e criar um novo tipo de alfombra, utilizando para isso as 3 figuras geométricas seguintes:



Ele fez o esboço da alfombra a partir de uma grade 5×5 , e a preencheu utilizando as formas acima, usando todas ao menos uma vez, permitindo inclusive rotações das figuras. Abaixo, temos a grade construída e um exemplo de desenho para a alfombra.



Quantos modelos de alfombra diferentes Gabriel pode obter?

- (a) 156
- (b) 204
- (c) 216
- (d) 228
- (e) 272



(17) Um prédio comercial possui um elevador para auxiliar o deslocamento das pessoas entre os andares. Num certo andar, Maria pegou o elevador e ficou nele enquanto este passava por 12 andares. Ao sair do elevador, entrou Paulo, que ficou no elevador enquanto este passava por 7 andares. Ao sair do elevador, subiram João e Júlia. João desceu após o elevador passar por 15 andares, e Júlia, após o elevador passar por 11 andares. Considerando que este elevador começa do andar térreo, qual é a menor quantidade de andares que este prédio comercial pode ter?

- (a) 20
- (b) 19
- (c) 18
- (d) 17
- (e) 16

(18) Paulo foi a uma sorveteria para comprar um sorvete de massa de três bolas. Ele já tinha decidido quais os sabores: coco, abacaxi e morango, mas estava em dúvida se comprava todas as bolas de um mesmo sabor, se escolhia só dois dos três sabores, ou pedia uma bola de cada sabor. Por fim, decidiu e fez o pedido. Acontece que na hora de preparar o pedido, o sorveteiro esqueceu a opção feita por Paulo, lembrou só dos sabores citados por Paulo enquanto decidia. Mesmo assim resolveu arriscar e preparou o pedido, já que Paulo já tinha comprado na sorveteria outras vezes, fazendo sempre a mesma opção. Qual a probabilidade do sorveteiro ter acertado o pedido do Paulo?



- (a) $\frac{1}{10}$
- (b) $\frac{1}{5}$
- (c) $\frac{1}{3}$
- (d) $\frac{1}{2}$
- (e) $\frac{2}{3}$

(19) Carlos resolveu preparar chapéus para os convidados de sua festa de aniversário. Para isso, resolveu desenhá-los na forma de cone circular reto, utilizando papel *couché*. As medidas, em centímetros, do raio da base, da altura e da geratriz formam uma progressão aritmética de razão 5. Para sua surpresa, no dia da festa, vieram 16% de pessoas a mais, e Carlos precisou usar mais papel *couché* para fazer os chapéus às pressas para estes convidados. Ainda assim, Carlos usou menos do que 70000cm^2 de papel *couché*. Quantas pessoas foram inicialmente convidadas para a festa de Carlos?

- (a) 49
- (b) 50
- (c) 51
- (d) 52
- (e) 53

(20) Se a, b e c são três números reais tais que $a+b+c = -1$, $a^2+b^2+c^2 = 1$ e $a^3+b^3+c^3 = 1$, então abc é igual a:

- (a) 0
- (b) -1
- (c) 1
- (d) $\frac{1}{5}$
- (e) $\frac{2}{3}$