



**Atenção: A ficha abaixo deve ser preenchida e devolvida.**

<b>Nome:</b>	
<b>Endereço:</b>	
<b>Cidade:</b>	<b>Estado:</b>
<b>Telefone:</b>	<b>Ano/Série:</b>
<b>Email:</b>	
<b>Colégio:</b>	

**Leia atentamente as instruções antes do início da prova.**

### INSTRUÇÕES

1. A duração da prova é de **3 horas**.
2. O **tempo mínimo** de prova é de 1 hora.
3. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
4. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D), (E), e **apenas uma** delas é correta.
5. **Marque suas respostas abaixo da seguinte forma** ■ .
6. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção: se marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.**
7. **Não é permitido o uso de calculadoras** nem consultas a notas ou livros.
8. Ao final da prova, entregue apenas esta folha.

**PARA PREENCHIMENTO EXCLUSIVO DO ALUNO:**

### Respostas

Questão 01	A	B	C	D	E	Questão 11	A	B	C	D	E
Questão 02	A	B	C	D	E	Questão 12	A	B	C	D	E
Questão 03	A	B	C	D	E	Questão 13	A	B	C	D	E
Questão 04	A	B	C	D	E	Questão 14	A	B	C	D	E
Questão 05	A	B	C	D	E	Questão 15	A	B	C	D	E
Questão 06	A	B	C	D	E	Questão 16	A	B	C	D	E
Questão 07	A	B	C	D	E	Questão 17	A	B	C	D	E
Questão 08	A	B	C	D	E	Questão 18	A	B	C	D	E
Questão 09	A	B	C	D	E	Questão 19	A	B	C	D	E
Questão 10	A	B	C	D	E	Questão 20	A	B	C	D	E

**PARA PREENCHIMENTO EXCLUSIVO DO PROFESSOR:**

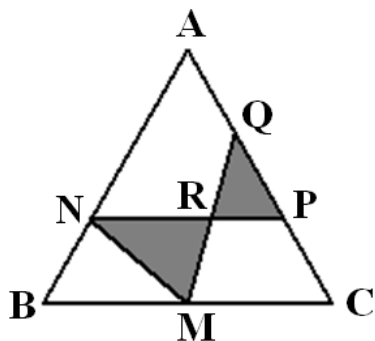
**TOTAL DOS PONTOS NA PRIMEIRA FASE:**



- 1) Seja  $N = 9 \times 19 \times 29 \times \dots \times 2009 \times 2019$  o produto dos números naturais ímpares terminados em 9, de 9 a 2.019. Escrevendo  $N$  na forma decimal, qual o algarismo das dezenas?
- 1
  - 3
  - 5
  - 7
  - 9
- 2) Seja  $N_1 = abcd$  um número natural de 4 algarismos. Invertendo a ordem dos dois primeiros algarismos, obtemos um número natural  $N_2$ , tal que  $N_1 - N_2 = 2700$ . Invertendo a ordem dos dois algarismos do meio, obtemos um número natural  $N_3$ , tal que  $N_1 - N_3 = 360$ . Invertendo a ordem dos dois últimos algarismos, obtemos um número natural  $N_4$ , tal que  $N_1 - N_4 = 18$ . Se  $N_5 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ , então podemos dizer que a raiz quadrada de  $N_5$  é
- 13
  - 11
  - 10
  - 9
  - 8
- 3) João desenhou um polígono regular com 2019 lados, e sobre cada lado desenhou um triângulo equilátero, um quadrado, um pentágono regular e assim sucessivamente, e no final suprimiu os lados originais, obtendo uma nova figura. Quantos vértices tem essa figura?
- $1010 \times 2019$
  - $1010 \times 2018$
  - $1011 \times 2021$
  - $1011 \times 2020$
  - $1011 \times 2019$
- 4) Pedro resolveu fazer uma doação de bolinhas de gude, que ele e seus irmãos juntaram durante muitos anos, para os meninos de uma comunidade pobre. Ao contá-las, verificou que tinham 960 bolinhas azuis, 1080 bolinhas verdes e 1200 bolinhas marrons. Sabendo que Pedro preparou o maior número possível de kits iguais, de modo que cada um deles continha a mesma quantidade de bolinhas de cada cor e exatamente 4 bolinhas verdes a mais do que bolinhas azuis, então o número de kits preparados por Pedro foi igual a:
- 10
  - 12
  - 30
  - 60
  - 120
- 5) João tem 21 carrinhos, sendo que mais da metade deles são azuis e um terço dos restantes são verdes. João brincou com todos os seus carrinhos durante uma semana inteira, utilizando exatamente 3 em cada dia, de modo que ele não usasse mais do que dois carrinhos azuis por dia. Quantos carros de João não são nem verdes nem azuis?
- 3
  - 4
  - 6
  - 8
  - 12
- 6) Seja:
- $$x = \log_2(\log_3(64^{\log_{19}(9)} \log_4(19))) + 9^{\log_2(5) \log_3(2)} + 4^{\log_7(3) \log_2(7)},$$
- então a soma dos algarismos de  $4^x$  é igual a:
- 7
  - 8
  - 10
  - 12
  - 13
- 7) Uma caixa contém algumas bolas brancas, algumas bolas vermelhas e algumas bolas pretas. Verifica-se que se fossem retiradas as bolas vermelhas, a razão entre o número de bolas brancas e o total de bolas que restariam na caixa seria igual a  $\frac{1}{3}$ . Se ao invés das brancas, fossem retiradas as pretas, a razão entre o número de bolas brancas e o total de bolas que restariam na caixa aumentaria para  $\frac{2}{5}$ . Portanto, se ao invés das bolas vermelhas e das bolas pretas, fossem retiradas da caixa as bolas brancas, a razão entre o número de bolas vermelhas e o total de bolas que restariam na caixa seria igual a:
- $\frac{3}{4}$
  - $\frac{2}{7}$
  - $\frac{5}{8}$
  - $\frac{3}{7}$
  - $\frac{8}{5}$
- 8) Quantos números de 4 algarismos da forma  $1a2b$  são múltiplos de 12, mas não de 24?
- 2
  - 3
  - 4
  - 5
  - 6



- 9) Na figura abaixo, o triângulo ABC é equilátero, M é o ponto médio do segmento  $\overline{BC}$ , o segmento  $\overline{NP}$  é paralelo ao lado  $\overline{BC}$ , os pontos M, R e Q são colineares,  $AB=3m$  e  $BN=PQ=1m$ .



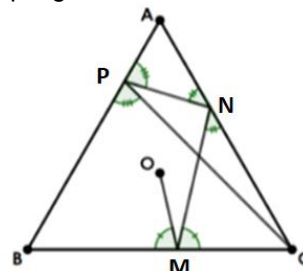
Logo, a área da região pintada de cinza na figura é igual a

- a)  $\frac{3}{2} m^2$   
b)  $1 m^2$   
c)  $\frac{\sqrt{3}}{4} m^2$   
d)  $\frac{\sqrt{3}}{3} m^2$   
e)  $\frac{\sqrt{3}}{2} m^2$
- 10) De quantas maneiras pode-se escrever 87 como soma de três números inteiros que estão em progressão geométrica?
- a) 8  
b) 5  
c) 4  
d) 3  
e) 2
- 11) No campeonato interclasses de futebol do colégio de Marquinhos, os times jogaram no sistema de ida e volta, ou seja, cada equipe enfrentou a outra por duas vezes, e empates não são permitidos (se uma partida termina empatada, é realizada uma disputa de pênaltis para decidir o vencedor). Pelas regras, o vencedor ganha 2 pontos, e o perdedor ganha 1 ponto. Se ao final do campeonato o time de Marquinhos foi campeão e a soma dos pontos obtidos por todas as equipes foi 2019, quantos pontos o time de Marquinhos obteve?
- a) 75  
b) 81  
c) 84  
d) 87  
e) 91

- 12) Sabe-se que  $111 = 3 \cdot 37$ . Quantos Algarismos tem o próximo número da forma  $11\dots 1$ ; isto é, cujos Algarismos são todos iguais a 1, e que também é divisível por 37?

- a) 4  
b) 5  
c) 6  
d) 7  
e) 8

- 13) Seja ABC um triângulo equilátero de lado 1m e baricentro O. Uma linha reta parte de O e sofre três reflexões sucessivas, uma em cada lado, nos pontos M, N e P. Considerando que em cada reflexão os ângulos de incidência e de reflexão possuem a mesma medida, qual o comprimento da linha poligonal OMNPC?



- a)  $\frac{\sqrt{39}}{3} m$   
b)  $\frac{\sqrt{13}}{3} m$   
c)  $\frac{5\sqrt{39}}{3} m$   
d)  $\frac{7\sqrt{3}}{6} m$   
e)  $\frac{5\sqrt{3}}{3} m$
- 14) Uma prova de matemática tem no total 20 questões de múltipla escolha. Cada resposta correta vale 15 pontos, e a cada resposta errada o aluno perde 4 pontos. Rafael, Carolina e José responderam todas as perguntas do questionário, e a nota média dos 3 foi 167, que coincidiu com a nota obtida por Carolina. Sabendo que José tirou a menor nota entre os 3, e que Rafael acertou 4 questões a mais que José, qual foi a porcentagem de acertos de questões de Rafael nessa prova?
- a) 55%  
b) 65%  
c) 75%  
d) 80%  
e) 85%



- 15) Na festa de aniversário de Tenório, estão presentes 150 pessoas. Sabe-se que 127 delas comeram brigadeiro, 83 comeram beijinho, 104 comeram cajuzinho e 71 comeram camafeu de nozes. Qual é a quantidade mínima de pessoas que se pode assegurar que comeram os quatro tipos de doce na festa de Tenório?
- 2
  - 5
  - 8
  - 10
  - 15

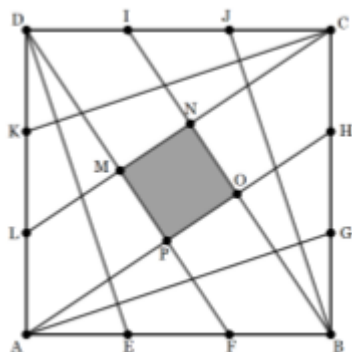
16) Considere a notação:  $f^n(x) = \underbrace{f(f(f \dots f(x)))}_{n \text{ vezes}}$

Dada a função  $f(x) = \frac{7x+8}{4x-7}$ , o valor da

expressão:  $\frac{f^2(1) \cdot f^4(3) \cdot f^6(5) \cdot \dots \cdot f^{2020}(2019)}{f^2(2) \cdot f^4(4) \cdot f^6(6) \cdot \dots \cdot f^{2018}(2018)}$  é igual

- $\frac{1010}{1009}$
- $\frac{1009}{1010}$
- $\frac{1010}{1}$
- $\frac{1009}{1}$
- 1

17) No quadrado ABCD da figura abaixo, os pontos E, F, G, H, I, J, K e L são tais que dividem cada lado do quadrado em três partes iguais. Considere M o ponto de intersecção de DF com CL, N o ponto de intersecção de BI com CL, O o ponto de intersecção de BI com AH e o ponto de intersecção de AH com DF. A razão entre as áreas do quadrado ABCD e do quadrado MNOP é



- 13
- 12
- 11
- 10
- 9

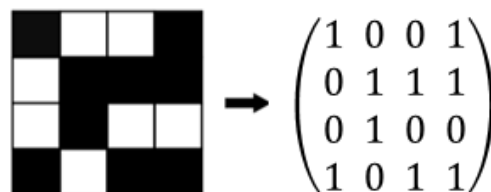
- 18) Seja N um número primo de três algarismos cujo resto da divisão por 8 é 7 e o resto na divisão por 5 é 2. A soma dos algarismos de N é um número cujo resto na divisão por 4 é 1 e o resto na divisão por 3 é 2. O valor de N é:
- 207
  - 287
  - 607
  - 647
  - 727

19) Considere a função  $f: R \rightarrow R - A$ , com  $A = \{x \in R \mid x \neq k\pi, k \in Z\}$ , definida por:

$f(x) = \frac{1+\cos(5x)}{4 \sin^2 x}$ . O valor de  $f(x)$  para  $x = \frac{\pi}{7}$  é igual

- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{4}$

20) Dado um tabuleiro 4x4, pinta-se algumas de suas casas. A partir deste, cria-se uma matriz A de dimensões 4x4 cuja entrada  $a_{ij}$  é 1 se a respectiva casa que a representa está pintada e 0 se a casa não está pintada. Por exemplo, considere o tabuleiro abaixo e sua respectiva matriz:



Dizemos que o tabuleiro é esplêndido se o determinante da matriz A for não-nulo. Qual é o maior número possível de casas pintadas que um tabuleiro esplêndido pode ter?

- 8
- 10
- 12
- 13
- 15