



**Atenção: A ficha abaixo deve ser preenchida e devolvida.**

|           |            |
|-----------|------------|
| Nome:     |            |
| Endereço: |            |
| Cidade:   | Estado:    |
| Telefone: | Ano/Série: |
| Email:    |            |
| Colégio:  |            |

**Leia atentamente as instruções antes do início da prova.**

### INSTRUÇÕES

1. A duração da prova é de **3 horas**.
2. O **tempo mínimo** de prova é de 1 hora.
3. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
4. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D), (E), e **apenas uma** delas é correta.
5. **Marque suas respostas abaixo da seguinte forma** ■ .
6. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção: se marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.**
7. **Não é permitido o uso de calculadoras** nem consultas a notas ou livros.
8. Ao final da prova, entregue apenas esta folha.

**PARA PREENCHIMENTO EXCLUSIVO DO ALUNO:**

### Respostas

|            |   |   |   |   |   |            |   |   |   |   |   |
|------------|---|---|---|---|---|------------|---|---|---|---|---|
| Questão 01 | A | B | C | D | E | Questão 11 | A | B | C | D | E |
| Questão 02 | A | B | C | D | E | Questão 12 | A | B | C | D | E |
| Questão 03 | A | B | C | D | E | Questão 13 | A | B | C | D | E |
| Questão 04 | A | B | C | D | E | Questão 14 | A | B | C | D | E |
| Questão 05 | A | B | C | D | E | Questão 15 | A | B | C | D | E |
| Questão 06 | A | B | C | D | E | Questão 16 | A | B | C | D | E |
| Questão 07 | A | B | C | D | E | Questão 17 | A | B | C | D | E |
| Questão 08 | A | B | C | D | E | Questão 18 | A | B | C | D | E |
| Questão 09 | A | B | C | D | E | Questão 19 | A | B | C | D | E |
| Questão 10 | A | B | C | D | E | Questão 20 | A | B | C | D | E |

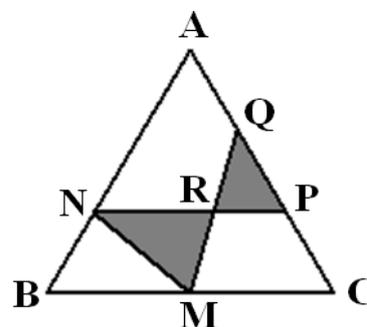
**PARA PREENCHIMENTO EXCLUSIVO DO PROFESSOR:**

TOTAL DOS PONTOS NA PRIMEIRA FASE:



- 1) Seja  $N = 9 \times 19 \times 29 \times \dots \times 2009 \times 2019$  o produto dos números naturais ímpares terminados em 9, de 9 a 2019. Escrevendo  $N$  na forma decimal, qual o algarismo das unidades?
  - a) 1
  - b) 3
  - c) 5
  - d) 7
  - e) 9
- 2) Seja  $N_1 = abcd$  um número natural de 4 algarismos. Invertendo a ordem dos dois primeiros algarismos, obtemos um número natural  $N_2$ , tal que  $N_1 - N_2 = 2700$ . Invertendo a ordem dos dois algarismos do meio, obtemos um número natural  $N_3$ , tal que  $N_1 - N_3 = 360$ . Invertendo a ordem dos dois últimos algarismos, obtemos um número natural  $N_4$ , tal que  $N_1 - N_4 = 18$ . Se  $N_5 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ , então podemos dizer que a raiz quadrada de  $N_5$  é
  - a) 13
  - b) 11
  - c) 10
  - d) 9
  - e) 8
- 3) Paulo possui três garrafas com suco de laranja. Ele colocou um terço do conteúdo da 1ª garrafa na 2ª garrafa, depois ele colocou um quarto do conteúdo da 2ª garrafa na 3ª garrafa, e por último, colocou um décimo do conteúdo da 3ª garrafa na 1ª garrafa. Ao final, cada uma das garrafas ficou com exatamente 720 mL. Qual a quantidade de suco de laranja que havia inicialmente na 1ª garrafa?
  - a) 420 mL
  - b) 560 mL
  - c) 640 mL
  - d) 720 mL
  - e) 960 mL
- 4) Pedro resolveu fazer uma doação de bolinhas de gude, que ele e seus irmãos juntaram durante muitos anos, para os meninos de uma comunidade pobre. Ao contá-las, verificou que tinham 960 bolinhas azuis, 1080 bolinhas verdes e 1.200 bolinhas marrons. Sabendo que Pedro preparou o maior número possível de kits iguais, de modo que cada um deles continha a mesma quantidade de bolinhas de cada cor e exatamente 4 bolinhas verdes a mais do que bolinhas azuis, então o número de kits preparados por Pedro foi igual a
  - a) 10
  - b) 12
  - c) 30
  - d) 60
  - e) 120

- 5) Na festa de aniversário de Tenório, estão presentes 150 pessoas. Sabe-se que 127 delas comeram brigadeiro, 83 comeram beijinho, 104 comeram cajuzinho e 71 comeram camafeu de nozes. Qual é a quantidade mínima de pessoas que se pode assegurar que comeram os quatro tipos de doce na festa de Tenório?
  - a) 2
  - b) 5
  - c) 8
  - d) 10
  - e) 15
- 6) Na figura abaixo, o triângulo  $ABC$  é equilátero,  $M$  é o ponto médio do segmento  $BC$ , o segmento  $NP$  é paralelo ao lado  $BC$ , os pontos  $M$ ,  $R$  e  $Q$  são colineares,  $AB = 3m$  e  $BN = PQ = 1m$ .



Logo, a área da região pintada de cinza na figura é igual a

- a)  $\frac{\sqrt{3}}{2} m^2$
  - b)  $\frac{\sqrt{3}}{3} m^2$
  - c)  $\frac{\sqrt{3}}{4} m^2$
  - d)  $\frac{3}{2} m^2$
  - e)  $1 m^2$
- 7) Uma prova de matemática tem no total 20 questões de múltipla escolha. Cada resposta correta vale 15 pontos, e a cada resposta errada o aluno perde 4 pontos. Rafael, Carolina e José responderam todas as perguntas do questionário, e a nota média dos 3 foi 167, que coincidiu com a nota obtida por Carolina. Sabendo que José tirou a menor nota entre os 3, e que Rafael acertou 4 questões a mais que José, qual foi a porcentagem de acertos de questões de Rafael nessa prova?
    - a) 55%
    - b) 65%
    - c) 75%
    - d) 80%
    - e) 85%

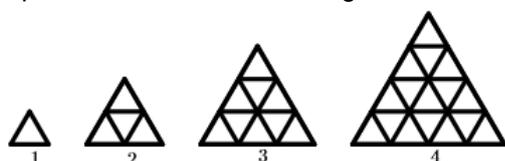


- 8) João joga um dado comum, no qual cada face possui uma pontuação distinta, de 1 a 6, e cuja soma dos pontos em faces opostas é 7. A seguir, anota o total de pontos da face superior e da face imediatamente a sua frente. Ao somar esses valores, qual alternativa abaixo apresenta resultados que João poderá obter?
- 8 e 10
  - 2 e 5
  - 7 e 8
  - 6 e 12
  - 5 e 13
- 9) Quantos números de 4 algarismos da forma  $1a2b$  são múltiplos de 12, mas não de 24?
- 2
  - 3
  - 4
  - 5
  - 6
- 10) Uma caixa contém algumas bolas brancas, algumas bolas vermelhas e algumas bolas pretas. Verifica-se que se fossem retiradas as bolas vermelhas, a razão entre o número de bolas brancas e o total de bolas que restariam na caixa seria igual a  $\frac{1}{3}$ . Se ao invés das brancas, fossem retiradas as pretas, a razão entre o número de bolas brancas e o total de bolas que restariam na caixa aumentaria para  $\frac{2}{5}$ . Portanto, se ao invés das bolas vermelhas e das bolas pretas, fossem retiradas da caixa as bolas brancas, a razão entre o número de bolas vermelhas e o total de bolas que restariam na caixa seria igual a:
- $\frac{3}{4}$
  - $\frac{2}{7}$
  - $\frac{5}{8}$
  - $\frac{3}{7}$
  - $\frac{8}{5}$
- 11) Quantos números de 100 a 999 contém exatamente dois dígitos que são iguais?
- 143
  - 162
  - 243
  - 324
  - 343
- 12) João tem 21 carrinhos, sendo que mais da metade deles são azuis e um terço dos restantes são verdes. João brincou com todos os seus carrinhos durante uma semana inteira, utilizando exatamente 3 em cada dia, de modo que ele não usasse mais do que dois carrinhos azuis por dia. Quantos carros de João não são nem verdes nem azuis?
- 3
  - 4
  - 6
  - 8
  - 12
- 13) Sabe-se que  $111 = 3 \cdot 37$ . Quantos algarismos tem o próximo número da forma  $11\dots 1$ ; isto é, cujos algarismos são todos iguais a 1, e que também é divisível por 37?
- 4
  - 5
  - 6
  - 7
  - 8
- 14) Seja ABC um triângulo retângulo em C com catetos de medidas 35cm e 23cm. Seja ADEF o quadrado no qual os vértices B e C estão em EF e em ED, respectivamente. A medida do lado desse quadrado é:
- $\frac{1225}{23}$
  - $\frac{1369}{37}$
  - $\frac{1369}{37}$
  - $\frac{2594}{35}$
  - $\frac{1225}{37}$
- 15) João e Maria são dois amigos, mas não são irmãos. Num certo dia os dois tiveram o seguinte diálogo:
- João: - O número de irmãos que você tem é igual ao dobro do número de irmãs que eu tenho.
- Maria: - Mas o número de irmãos que você tem é igual ao número de irmãs que eu tenho.
- João: - Sem contar comigo, meus pais tiveram 4 filhos (incluindo os meninos e as meninas).
- Maria: - Que coincidência! Essa é a diferença entre a quantidade de meninos e meninas que meus pais tiveram, contando comigo!
- No total, quantos filhos, incluindo os meninos e as meninas, tiveram os pais de João e Maria?
- 13
  - 12
  - 11
  - 10
  - 9



- 16) No planeta Omabcelândia, há duas populações: os alienenses e os etelvinos. Sabendo-se que 83% dos alienenses são pobres e 83% dos pobres são alienenses, pode-se afirmar com certeza que
- Há a mesma quantidade de alienenses ricos e de etelvinos ricos.
  - Há a mesma quantidade de alienenses pobres e de etelvinos ricos.
  - Há mais alienenses pobres do que etelvinos ricos.
  - Há a mesma quantidade de alienenses ricos e de etelvinos pobres.
  - Há mais alienenses ricos do que etelvinos pobres.

- 17) Paulo desenhou uma sequência de triângulos equiláteros, como mostra a figura:



Paulo percebeu que em cada figura muitos triângulos equiláteros de vários tamanhos foram formados. Por exemplo, nos quatro primeiros triângulos, Paulo encontrou um total de 1,5,13 e 27 triângulos, respectivamente. Quantos triângulos equiláteros Paulo encontrará após fazer o 8º desenho?

- 118
  - 127
  - 148
  - 170
  - 235
- 18) No campeonato interclasses de futebol do colégio de Marquinhos, os times jogaram no sistema de ida e volta, ou seja, cada equipe enfrentou a outra por duas vezes, e empates não são permitidos (se uma partida termina empatada, é realizada uma disputa de pênaltis para decidir o vencedor). Pelas regras, o vencedor ganha 2 pontos, e o perdedor ganha 1 ponto. Se ao final do campeonato o time de Marquinhos foi campeão e a soma dos pontos obtidos por todas as equipes foi 2019, quantos pontos o time de Marquinhos obteve?
- 75
  - 81
  - 84
  - 87
  - 91

- 19) Gabriel precisa transportar quatro caixas, A, B, C e D para o 7º andar do prédio em que mora. O elevador de seu condomínio tem capacidade máxima para 380 kg. Sabe-se que:
- a caixa A é a mais pesada de todas, e se as outras caixas pesassem tanto quanto ela, Gabriel não poderia levá-las de uma vez, pois ultrapassaria a carga máxima permitida no elevador.
  - A caixa B é a mais leve e Gabriel poderia transportar até 6 caixas iguais a ela nesse elevador.
  - A caixa C pesa 17 kg a menos do que a caixa A e apenas 3 kg a menos que a caixa D.
  - A caixa D pesa 26 kg a mais do que a caixa B e os pesos de A e B são múltiplos de 5.
- Qual é o peso total das quatro caixas?
- 100 kg
  - 323 kg
  - 343 kg
  - 380 kg
  - 400 kg

- 20) Duas escolas A e B pretendem levar seus alunos formandos para assistir a um filme. Coincidentemente, ambas as escolas compraram os ingressos para a mesma sala e sessão. A escola A comprou pacotes promocionais de 3 ingressos cada, enquanto a escola B comprou pacotes de 5 ingressos cada. Ao todo, o cinema vendeu 72 pacotes promocionais para as escolas A e B. A sala escolhida ficou totalmente lotada, com todos os seus 260 assentos ocupados. Todos os alunos formandos das duas escolas assistiram ao filme. Quantos alunos formandos uma escola tem a mais do que a outra?
- 10
  - 20
  - 30
  - 40
  - 50