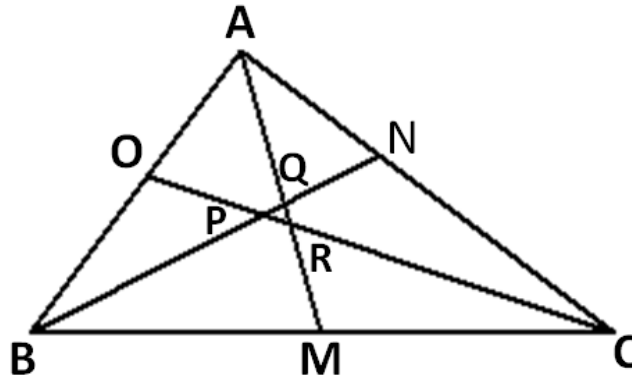




- 1) Seja ABC um triângulo retângulo, reto em A , onde $AB=3m$, $AC=4m$, \overline{AM} é a mediana relativa ao lado BC , \overline{BN} e \overline{CO} são as bissetrizes dos ângulos internos \hat{B} e \hat{C} , respectivamente, o ponto P é a intersecção das bissetrizes \overline{BN} e \overline{CO} , e os pontos Q e R são, respectivamente, as intersecções da mediana \overline{AM} com as bissetrizes \overline{BN} e \overline{CO} .



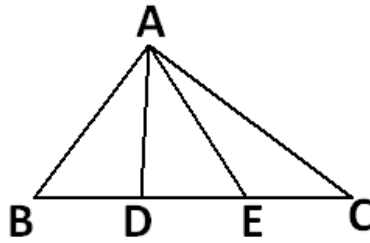
Determine a área do quadrilátero $BPRM$.



2) Determine as raízes do polinômio $x^3 - (4 + \sqrt{3})x^2 + (4 + 4\sqrt{3})x - 2\sqrt{3} = 0$.



- 3) Num triângulo retângulo ABC , reto em A , a hipotenusa foi dividida em três partes iguais: BD , DE e EC , conforme a figura abaixo:



Fazendo: $BC = a$, $AC = b$ e $AB = c$, determine em função de a , b e c , o raio da circunferência inscrita no triângulo ADE .



- 4) Mostre que existem pelo menos dois primos maiores que 10^6 que deixam restos diferentes quando divididos por 6. Se a e b são dois desses números; isto é, primos maiores que 10^6 que deixam restos diferentes quando divididos por 6, qual é o resto da divisão do produto ab por 36?



- 5) João, Paulo, Maria e Ana são jovens de 20, 21, 22 e 23 anos, não necessariamente nesta ordem, que adoram matemática. Cada um deles tem como ídolo um grande matemático diferente (Fermat, Euler, Lagrange ou Gauss) e tem predileção por uma área diferente da matemática, não necessariamente a mesma de destaque do seu ídolo. Além disso, dedicam quantidades diferentes, uma, duas, três ou quatro, de horas de estudo por semana a essa área. A partir das informações abaixo, descubra a idade, o ídolo, a área predileta da matemática, e o número de horas semanais dedicadas a esta área, de cada um dos jovens.
- a) A pessoa que adora geometria tem mais de 21 anos.
 - b) A pessoa que adora álgebra não tem 20 anos e seu ídolo não é Fermat nem Euler.
 - c) A pessoa cujo ídolo é Fermat dedica 1 hora de estudo a mais do que a pessoa que tem 22 anos, e uma hora a menos do que Paulo, cujo ídolo não é Euler nem Lagrange.
 - d) Maria, cujo ídolo não é Lagrange, é dois anos mais jovem que a pessoa que adora análise combinatória.
 - e) A pessoa que tem 20 anos dedica duas horas semanais a mais do que a pessoa de 21 anos.
 - f) O ídolo de Ana não é Lagrange.
 - g) A pessoa que adora análise combinatória não é Ana e dedica 4 horas semanais.



- 6) Considere a soma $S = 1.2.3.4 + 2.3.4.5 + 3.4.5.6 + \dots + 2015.2016.2017.2018 + 2015$, composta de 2016 parcelas, em que as primeiras 2015 parcelas são do tipo $n.(n+1).(n+2).(n+3)$, para $n=1,2,\dots,2015$, e a última parcela é igual a 2015. Mostre que a soma S pode escrita na forma:
 $S = 405.2015^4 + 7.2015^3 + 10.2015^2 + 11687$

Dica: Podem ser úteis as relações

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, \quad \sum_{k=1}^n k^4 = \frac{n(n+1)(6n^3+9n^2+n-1)}{30}$$



- 7) Listando todos os números inteiros de 1 a 2015, quantos deles têm a soma dos dígitos menor que 5? Justifique.



8) Determine o domínio da função: $f(x) = \log_{|x-5| |x-6|} \left[\sqrt{x^2 - 5x - 6} \right]$