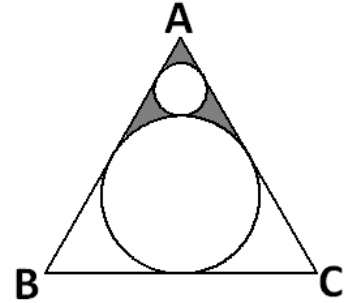




- O lugar geométrico dos pontos  $P = (x, y)$  cuja distância ao ponto  $Q = (2, 2)$  é igual a  $y$  é uma:
  - parábola com foco no ponto  $Q$ .
  - circunferência de raio igual a  $\sqrt{5}$ .
  - hipérbole com eixo real igual a  $\sqrt{5}$ .
  - parábola com vértice no ponto  $Q$ .
  - Um par de retas paralelas.
- Seja  $P$  produto de todos os números naturais positivos pares menores ou iguais a 2014. Qual a maior potência de 5 que divide  $P$ ?
  - $5^{201}$
  - $5^{101}$
  - $5^{21}$
  - $5^{10}$
  - $5^4$
- Escrevendo todos os inteiros positivos múltiplos de 2 ou 3 em sequência e sem espaços entre eles: 234689101214151618....., qual o 100º algarismo da sequência?
  - 0
  - 1
  - 4
  - 5
  - 8
- Uma sequência de 2014 números naturais:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2014}$ , é construída da seguinte forma:  $a_1 = 1$ , e para  $n > 1$ ,  $a_n = 2a_{n-1} + 3$ . Qual é o último termo desta sequência?
  - $2^{2014} + 3$
  - $2^{2014} - 3$
  - $2^{2014}$
  - $2^{2015} + 3$
  - $2^{2015} - 3$

- Na figura a seguir, o triângulo  $ABC$  é equilátero de lado 10 cm, a circunferência maior é tangente aos três lados do triângulo e a circunferência menor é tangente a dois lados e à circunferência maior:

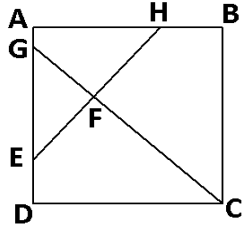


Qual a área da parte pintada?

- $\frac{200\sqrt{3} - 125\pi}{9} \text{ cm}^2$
  - $\frac{225\sqrt{3} - 125\pi}{81} \text{ cm}^2$
  - $\frac{225\sqrt{3} - 100\pi}{27} \text{ cm}^2$
  - $\frac{250\sqrt{3} - 120\pi}{81} \text{ cm}^2$
  - $\frac{75\sqrt{3} - 25\pi}{9} \text{ cm}^2$
- Sabendo que 997 é um número primo, quantos números maiores que 997 e menores que  $997^2$  são relativamente primos com 997? Isto é, quantos números naturais  $n$  existem, tais que  $997 < n < 997^2$  e  $\text{mdc}(n, 997) = 1$ ?
    - 498.000
    - $498^2$
    - 499.000
    - 996.000
    - $996^2$



7. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado, o segmento CG é perpendicular ao segmento EH,  $AH = \frac{2}{3} AB$ ,  $DE = \frac{1}{4} AD$  e F é o ponto de intersecção dos dois segmentos. Se a área do triângulo EFG é  $\frac{529}{145} \text{ cm}^2$ , qual é a medida do lado do quadrado?



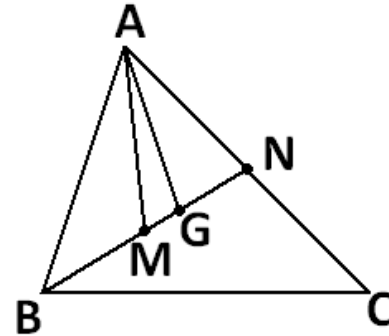
- a. 5 cm  
b. 6 cm  
c. 7 cm  
d. 8 cm  
e. 9 cm
8. Num triângulo ABC de área  $12 \text{ cm}^2$ , seja N um ponto do lado AC, tal que o segmento BN é a bissetriz do ângulo  $\hat{A}BC$ , e M o ponto médio do lado BC. Se P é a intersecção dos segmentos BN e AM e  $AC=3AN$ , qual é a área do triângulo ANP?

- a.  $0,75 \text{ cm}^2$   
b.  $1 \text{ cm}^2$   
c.  $1,25 \text{ cm}^2$   
d.  $1,5 \text{ cm}^2$   
e.  $1,75 \text{ cm}^2$

9. No dia das mães, uma comunidade fez uma festinha reunindo apenas as mães e seus filhos. Estiveram presentes todas as mães e seus respectivos filhos. Ao todo, entre mães e filhos, havia 28 pessoas na festa. Sabe-se que havia 9 mães na festa, nenhuma mãe tinha mais do que 3 filhos e 2 mães tinham exatamente 2 filhos cada uma. Quantas mães tinham apenas 1 filho?

- a. 0  
b. 1  
c. 2  
d. 3  
e. 4

10. No triângulo ABC da figura abaixo, o segmento BN é uma mediana, M é o ponto médio do segmento BN e G é o baricentro.



Se a área do triângulo ABC é  $12 \text{ cm}^2$ , então a área do triângulo AGM é:

- a.  $0,75 \text{ cm}^2$   
b.  $0,8 \text{ cm}^2$   
c.  $1 \text{ cm}^2$   
d.  $1,2 \text{ cm}^2$   
e.  $1,5 \text{ cm}^2$



11. Simplificando a expressão  $\frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}$ , válida para os valores de  $x$  que não anulam o denominador, obtemos:

- $1 + \frac{1}{2} \sin x$
- $\sin x + \cos x$
- $\sin x - \cos x$
- $1 + 2 \sin x$
- $\sin x$

12. A função  $\phi$  de Euler é uma função  $\phi: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}$  que associa a cada número natural  $n$  positivo a quantidade de números naturais menores que  $n$  e que são primos com  $n$ . Por exemplo, para  $n=12$ , os números menores que 12 que são primos com 12 são 1, 5, 7 e 11, logo  $\phi(12) = 4$ . Com base nesta definição  $\phi(2014)$  é:

- $2^{2014} - 1$
- 2014
- $2^{2013}$
- $2^{2013} + 1$
- 2013

13. Um polinômio  $P(x)$  de grau 3 deixa resto 12 quando dividido por  $x - 4$ , resto 48 quando dividido por  $x - 5$  e resto 120 quando dividido por  $x - 6$ . Se  $P(0) = -12$ , qual o resto da divisão de  $P(x)$  por  $x - 7$ ?

- 150
- 180
- 200
- 240
- 300

14. Efetuando a soma:

$$\sum_{n=1}^{2014} [(-1)^n n^2] = -1^2 + 2^2 - 3^2 + \dots + 2014^2,$$

obtemos:

- $1007 \times 2015$
- 2015
- $2015^2$
- $1007 \times 2014$
- $1007^2 - 1$

15. Ao multiplicar 28 por certo número natural, usando uma calculadora, um aluno digitou errado o algarismo das dezenas do multiplicador, digitando 5 no lugar do algarismo correto, que era 4, e digitando 2 no lugar do algarismo correto das centenas, que era 3. Com isso o resultado obtido foi 7028. Se tivesse digitado corretamente o multiplicador, o resultado seria um número:

- primo
- múltiplo de 7
- múltiplo de 5
- quadrado perfeito
- cubo perfeito

16. Dada uma matriz  $A$  quadrada de ordem  $n$ , podemos representar a linha- $i$  pela  $n$ -upla ordenada  $L_i(A) = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$  e a coluna- $j$  pela  $n$ -upla ordenada  $C_j(A) = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{nj})$ . Definindo o produto de duas  $n$ -uplas ordenadas por:

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) \cdot (b_1, b_2, \dots, b_n) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$

e se  $A$  e  $B$  são duas matrizes quadradas de ordem  $n$  e  $B^T$  é a matriz transposta de  $B$ , o elemento  $d_{ij}$  da matriz  $D = B^T A$  é:

- $L_i(B) \cdot C_j(A)$
- $C_i(B^T) \cdot C_j(A)$
- $C_i(B) \cdot L_j(A)$
- $C_i(B) \cdot C_j(A)$
- $L_i(B) \cdot L_j(A)$



17. Dois números naturais ímpares  $a$  e  $b$ , de dois dígitos cada um, são tais que:  $a$  é múltiplo de 7, mas não de 3,  $b$  é múltiplo de 25, o mínimo múltiplo comum dos dois é 525 e o máximo divisor comum dos dois é 5, qual é a soma desses dois números?

- a. 100
- b. 110
- c. 115
- d. 120
- e. 125

18. Para incentivar os times a jogarem no ataque e fazerem gols, as regras de um torneio de futebol foram ligeiramente alteradas, o time vencedor leva três pontos, o perdedor não ganha pontos, se houver empate com gols, cada time ganha um ponto, e se houver empate sem gols, nenhum time ganha ponto. As estatísticas finais do torneio forneceram as seguintes informações:

I - Cada time jogou com cada outro time apenas uma vez.

II - O número total de pontos de todos os times participantes foi 37.

III - Houve um vencedor em mais de 5 jogos.

IV - Houve um número ímpar de empates com gol, e só um empate sem gols.

Quantos times participaram deste torneio?

- a. 5
- b. 6
- c. 7
- d. 8
- e. 9

19. Considere as funções  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ x + 2, & x \geq 1 \end{cases}$  e

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x < 1 \\ x + 1, & x \geq 1 \end{cases}.$$
 Pode-se afirmar que

$f(g(2x))$  é dada por:

a.  $f(g(2x)) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{se } x < 1 \\ 2x + 3, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

b.  $f(g(2x)) = \begin{cases} 8x - 1, & \text{se } x < 1 \\ -2x + 1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

c.  $f(g(2x)) = \begin{cases} 8x - 1, & \text{se } x < 1/2 \\ 2x + 3, & \text{se } x \geq 1/2 \end{cases}$

d.  $f(g(2x)) = \begin{cases} 4x - 1, & \text{se } x < 1/2 \\ 2x - 3, & \text{se } x \geq 1/2 \end{cases}$

e.  $f(g(2x)) = \begin{cases} 4x + 1, & \text{se } x < 1 \\ x + 3, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$



20. Todo número complexo  $z = x + yi$ , onde  $x$  e  $y$  são números reais, coordenadas do afixo de  $z$  no plano  $xy$ , e  $i = \sqrt{-1}$  é a unidade imaginária, pode ser representado na forma matricial  $z = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$

. Se representarmos uma figura plana no plano  $xy$ , cada ponto da figura representa um número complexo. Multiplicando cada ponto da figura pelo número complexo de módulo igual a 1 e argumento  $\theta > 0$ , giramos a figura em torno da origem de um ângulo  $\theta$  no sentido anti-horário, mantendo a forma da figura, e as distâncias de cada ponto à origem. Portanto, para girarmos uma figura no plano  $xy$ , de um ângulo de  $60^\circ$  no sentido anti-horário, podemos representar cada ponto na forma matricial e multiplicá-los pela matriz:

a.  $\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

b.  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

c.  $\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

d.  $\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

e.  $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$