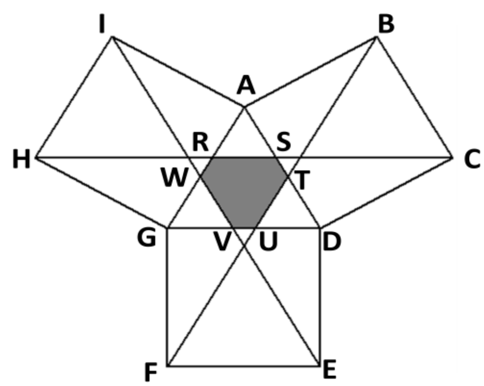
1) Na figura abaixo, AGD é um triângulo equilátero de lado 4m; os quadriláteros ABCD, AGHI e DEFG são quadrados; R e S são as intersecções do segmento HC com os lados AG e AD do triângulo; T e U são as intersecções do segmento BF com os lados AD e DG do triângulo e V e W são as intersecções do segmento EI com os lados DG e AG do triângulo. Determine a área do hexágono RSTUVW.



2) Num triângulo retângulo ABC, reto em A, considere os segmentos AE, altura relativa à hipotenusa BC, ED, perpendicular ao cateto AB, com o ponto D em AB, e EF, perpendicular ao cateto AC, com o ponto F em AC. Se o quadrilátero ADEF é um quadrado e a área da circunferência inscrita no mesmo é $\frac{18\pi}{25}$ cm², determine a área do triângulo ABC.

3) Considere a sequência $(1, 3, 7, 15, 31, \ldots)$ definida por:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \ , \ a_2 = 3 \\ a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} \ , \ n \geq 3 \end{cases}$$

Determine o centésimo termo da sequência.

.

4) Um professor pede que seus alunos escrevam 2013 números naturais na lousa. Mesmo sem olhar os números escritos, o professor faz a seguinte afirmação: “Com certeza a soma dos números escritos é divisível por 2013, ou é possível apagar alguns números, deixando pelo menos um escrito na lousa, de forma que a soma dos números escritos restantes seja divisível por 2013”. É possível que o professor esteja errado? Justifique!

5) Quantas soluções inteiras não negativas tem a equação $x + y + z \leq 2013$?

6) João, Paulo e Maria trabalham juntos em uma mesma empresa. Devido à intensidade do trabalho, cada um deles tira um mês de trabalho ao final de períodos diferentes de trabalho, João a cada cinco meses, Paulo a cada sete meses e Maria a cada onze meses. Em 2013, João esteve em férias em Janeiro, Paulo em março e Maria em maio. Haverá um mês, de algum ano, em que os três terão férias no mesmo mês? Se sim, quando será o próximo?

7) Esboce o gráfico da função f: R→R definida por $f(x) = \left| \left| x^2 - 5x \right| - 6 \right|$

8) A sequência $p^N,\ N p^{N-1}(1-p),\ \frac{N.(N-1)}{2} p^{N-2}(1-p)^2, \ldots\ldots, (1-p)^N$, em que N e p são dois números naturais não nulos e $0 < p < 1$, é construída a partir do termo geral $a_n = \binom{N}{n-1} p^{N-n+1}(1-p)^{n-1}, n \geq 1$.

Prove que a soma dos termos desta sequência é igual a 1.