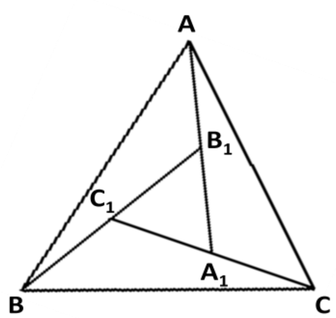
1. Quantas soluções inteiras; isto é, quantos pares ordenados (x, y) de números inteiros, satisfazem a equação $5x^2 + 5y^2 + 6x + 2y = 98$?

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
e. 5

2. Brincando com uma calculadora, um aluno, ao dividir um número natural n por 3, obteve quociente x e resto 1. Continuando a brincadeira, o aluno dividiu x por 3 e obteve quociente y e resto 2. E repetindo o processo mais uma vez, o aluno dividiu y por 3 e obteve quociente z e resto 0. Pode-se então afirmar que se o aluno dividir n por 27, o quociente e o resto serão respectivamente:

a. x+y+z e 0
b. z e 0
c. x+y e 3
d. z e 7
e. x+y+z e 3

3. Na figura abaixo, a área do triângulo ABC é 14m²; os vértices A, B e C estão nos prolongamentos dos segmentos A_1B_1, B_1C_1 e C_1A_1, respectivamente, $AB_1=B_1A_1$,$BC_1=C_1B_1$ e$CA_1=A_1C_1$. Pode-se então afirmar que a área do triângulo $A_1B_1C_1$ é:



a. 2 m²
b. 2,5 m²
c. 3 m²
d. 3,25 m²
e. 3,75 m²

4. Observando o movimento dos ponteiros de um relógio, Joãozinho percebeu que em alguns momentos os ponteiros das horas e dos minutos ficavam sobrepostos. Se Joãozinho anotou a posição em que ocorreu a primeira sobreposição depois das 14h00, a posição do ponteiro das horas às 14h20min, e calculou corretamente o menor ângulo central compreendido entre essas duas posições, ele obteve aproximadamente:

a. $10^0\ 30'\ 20''$
b. $8^0\ 20'\ 36''$
c. $5^0\ 22'\ 36''$
d. $4^0\ 32'\ 44''$
e. $3^0\ 28'\ 36''$

5. Dados três números inteiros positivos a, b e c, distintos, e menores ou iguais a 9, e se N é a soma de todos os números inteiros de três algarismos distintos que podem ser construídos com os números a,b e c, pode-se afirmar que:

a. N pode ser um quadrado perfeito
b. O quociente da divisão de N por 36 pode ser 37
c. N pode ser 444
d. O maior valor possível para N é 5994
e. N é múltiplo de 9

6. Um corpo em queda livre, a partir do repouso (velocidade zero), percorre em cada segundo da queda, distâncias proporcionais aos números ímpares consecutivos; isto é, se no primeiro segundo ele percorreu x metros, no segundo ele percorreu 3x metros, no terceiro, 5x metros, e assim sucessivamente. Se a partir de uma altura h do solo, um corpo, inicialmente em repouso, cai em queda livre, percorrendo 5m no primeiro segundo e gastando $5 - 2\sqrt{5}$ s para percorrer o último quinto da altura inicial h, qual o valor de h?

a. 45 m
b. 60 m
c. 80 m
d. 100 m
e. 125 m

7. Seja $N_1 = abc$, um número natural de três algarismos distintos (a, b e c) não nulos, $N_2 = bac$, $N_3 = cba$ e $N_4 = acb$. Pode-se afirmar que se $N_1 + N_2 + N_3 + N_4$ for divisível por 37, então:

a. N_1 é divisível por 3
b. $26a + 10b + c$ é divisível por 37
c. $a + b + c$ pode ser igual a 15
d. $a + b + c$ não pode ser múltiplo de 7
e. $10a + 26b + c$ é divisível por 37

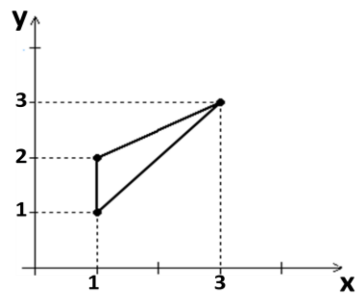
8. Seja S=1+11+111+1111+......+1111...111, onde a última parcela contém 99 algarismos, todos iguais a 1. Logo, se T=81S+901, então:

a. $T = 10^{100}$
b. $T = 10^{100} - 1$
c. $T = \dfrac{10^{99} - 1}{9}$
d. $T = 10^{99} - 1$
e. $T = \dfrac{10^{100} - 1}{9}$

9. Sabendo que $\log_3 2 = a$ e $\log_7 6 = b$, então $\log_{21} \dfrac{81}{343}$ é igual a:

a. $\dfrac{a}{b}$
b. $\dfrac{a+1}{b}$
c. $\dfrac{4b - 3a - 3}{a + b + 1}$
d. $\dfrac{2b - 3a + 1}{a + b - 1}$
e. $\dfrac{b}{a+1}$

10. Na figura abaixo, temos um triângulo ABC desenhado no plano de Argand–Gauss.



Considere a função w=f(z), que transforma cada número complexo z no número complexo $w = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)z$. Sendo os vértices do triângulo ABC, os números complexos A, B e C, se desenharmos o triângulo cujos vértices são os números complexos $A_1 = f(A)$, $B_1 = f(B)$ e $C_1 = f(C)$, obtemos um triângulo:

a. Congruente ao triângulo ABC, mas deslocado paralelamente de 1 unidade para cima.
b. Congruente ao triângulo ABC, mas deslocado paralelamente de 1 unidade para baixo.
c. Semelhante, mas não congruente, ao triângulo ABC, mas girado de 60^0 no sentido horário.
d. Semelhante, mas não congruente, ao triângulo ABC, mas girado de 30^0 no sentido horário.
e. Congruente, ao triângulo ABC, mas girado de 30^0 no sentido anti-horário.

11. Um leitor estabelece como rotina para ler seus livros, as seguintes regras: toda vez que começa a ler um livro, lê todo dia algumas páginas, até terminar a leitura; no primeiro dia lê as 10 primeiras páginas e, a partir do segundo, relê as duas últimas páginas do dia anterior e mais 8 páginas. Mantendo essa rotina, se o leitor começar a ler um livro, com páginas numeradas de 1 a 230, no dia 01/07/2013, em que dia lerá a página 98 pela segunda vez?

a. 10/07/2013
b. 11/07/2013
c. 12/07/2013
d.13/07/2013
e. 02/08/2013

12. Sabendo que a equação $x^4-(4+2i)x^3+(5+6i)x^2-(2+6i)x+2i=0$, onde i é a unidade imaginária, possui uma raiz complexa x_1, não real, de multiplicidade 2, e uma raiz real x_2, também de multiplicidade 2, então x_1-x_2 é igual a:

a. $1+i$
b. $1-i$
c. $-2i$
d. i
e. $-i$

13. Num corredor existem 100 portas enfileiradas e numeradas, em sequencia, de 1 a 100. Num certo momento as 50 primeiras portas estão abertas e as 50 últimas estão fechadas. João deve alterar os estados das portas cujo número é par, fechando as que estão abertas e abrindo as que estão fechadas. Em seguida, Maria deve alterar os estados das portas cujo número é múltiplo de 3. E por último, Fernando deve alterar os estados das portas cujo número é múltiplo de 5. Terminadas todas as alterações, quantas portas estarão fechadas?

a. 28
b. 36
c. 40
d. 45
e. 56

14. Uma caixa contém 5 cartões numerados com números naturais distintos e não nulos. Ordenando esses números em ordem crescente, verifica-se que os três números centrais são consecutivos e o número central é a média aritmética entre o primeiro e o último número. Se a soma dos 5 números é 25 e apenas um dos 5 números é múltiplo de 3, então:

a. a soma dos três últimos números é 15
b. a soma dos três primeiros números é 11
c. um dos cinco números é múltiplo de 9
d. apenas um dos cinco números é primo
e. nenhum dos números é múltiplo de 8

15. O produto dos divisores positivos de 2013^{2012} é:

a. 2013^{2012}
b. 2012^{2013}
c. $2013^{(1006\,.2013^3)}$
d. $2013^{(503\,.2012^3)}$
e. $2013^{2012}.\ 2012^{2013}$

16. Considere as funções $f:R\to R$ e $g:R\to R$ definidas por:

$$f(x)=\begin{cases}x-1, & se\ x\le 2\\ 3-x, & se\ x>2\end{cases}\quad \text{e}$$

$$g(x)=\begin{cases}3-x, & se\ x\le 2\\ x-1, & se\ x>2\end{cases}$$

Assinale a alternativa que contém a função $h:R\to R$ definida por: $h(x)=f(g(x-1))$.

a. $h(x)=\begin{cases}3-x, & se\ x\le 3\\ 6-2x, & se\ x>3\end{cases}$

b. $h(x)=\begin{cases}3-x, & se\ x\le 2\\ 2x-3, & se\ x>2\end{cases}$

c. $h(x)=\begin{cases}x-1, & se\ x<2\\ 3-x, & se\ 2\le x\le 3\\ x-3, & se\ 3<x\le 4\\ 5-x, & se\ x>4\end{cases}$

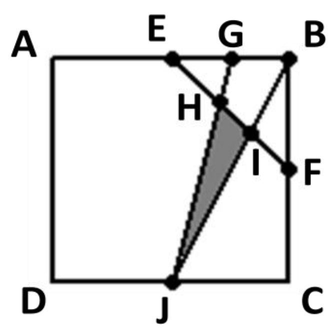
d. $h(x)=\begin{cases}3-x, & se\ x<2\\ x-1, & se\ 2\le x\le 3\\ 5-x, & se\ 3<x\le 4\\ 2x-1, & se\ x>4\end{cases}$

e. $h(x)=\begin{cases}x-1, & se\ x<2\\ 3-x, & se\ 2\le x\le 3\\ 2x-6, & se\ 3<x\le 4\\ 6-x, & se\ x>4\end{cases}$

17. No lançamento simultâneo de três dados honestos, um verde, um vermelho e um azul, quais resultados (número total de pontos) possuem a maior probabilidade de ocorrer?

a. 7 e 8
b. 9 e 10
c. 10 e 11
d. 12 e 13
e. 14 e 15

18. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado de lado 2m, E, F e G são os pontos médios dos segmentos AB, BC e EB, respectivamente, e os pontos H e I são as intersecções do segmento EF com os segmentos GJ e BJ, respectivamente:



Qual a área do triângulo HIJ?

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{2}{3}$

c. $\frac{4}{5}$

d. $\frac{5}{12}$

e. $\frac{4}{15}$

19. Uma matriz quadrada é ortogonal, se ela for invertível e sua inversa for igual à sua transposta. Se A é uma matriz ortogonal de ordem n, A_i é a matriz 1xn correspondente à i-ésima linha de A e $A_i \, . \, A_j = a_{i1}\, a_{j1} + a_{i2}\, a_{j2} + \ldots\ldots + a_{in} a_{jn}$ é a soma dos produtos ordenados dos elementos da i-ésima linha pelos elementos da j-ésima linha de A, pode-se afirmar que:

a. $A_i \, . \, A_j = 1 \quad , \quad i \neq j$

b. $A_i \, . \, A_j = 1 \quad , \quad i = j$

c. $A_i \, . \, A_j = 0 \quad , \quad i = j$

d. $A_i \, . \, A_j = -1 \quad , \quad i \neq j$

e. $A_i \, . \, A_j = -1 \quad , \quad i = j$

20. Dizemos que uma sequência $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n, \ldots$ é uma progressão aritmética de segunda ordem, se a sequência $b_1, b_2, \ldots\ldots, b_n, \ldots$, definida por: $b_k = a_{k+1} - a_k$, $k \geq 1$, for uma progressão aritmética. Portanto, sabendo que a sequência: $2,5,11,20,32\ldots$ é uma progressão aritmética de segunda ordem, qual o centésimo termo desta sequencia?

a. 50000
b. 42800
c. 29900
d. 15050
e. 14852