



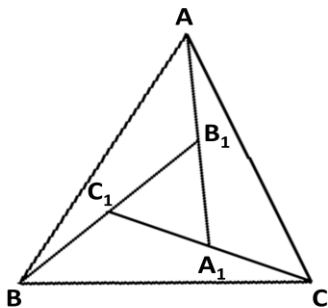
1. Quantas soluções inteiras; isto é, quantos pares ordenados (x, y) de números inteiros, satisfazem a equação $5x^2 + 5y^2 + 6x + 2y = 98$?

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. 3
- e. 5

2. Brincando com uma calculadora, um aluno, ao dividir um número natural n por 3, obteve quociente x e resto 1. Continuando a brincadeira, o aluno dividiu x por 3 e obteve quociente y e resto 2. E repetindo o processo mais uma vez, o aluno dividiu y por 3 e obteve quociente z e resto 0. Pode-se então afirmar que se o aluno dividir n por 27, o quociente e o resto serão respectivamente:

- a. $x+y+z$ e 0
- b. z e 7
- c. $x+y$ e 3
- d. z e 0
- e. $x+y+z$ e 3

3. Na figura abaixo, a área do triângulo ABC é 14m^2 ; os vértices A , B e C estão nos prolongamentos dos segmentos A_1B_1 , B_1C_1 e C_1A_1 , respectivamente, $AB_1=B_1A_1$, $BC_1=C_1B_1$ e $CA_1=A_1C_1$. Pode-se então afirmar que a área do triângulo $A_1B_1C_1$ é:



- a. 2 m^2
- b. $2,5\text{ m}^2$
- c. 3 m^2
- d. $3,25\text{ m}^2$
- e. $3,75\text{ m}^2$

4. Observando o movimento dos ponteiros de um relógio, Joãozinho percebeu que em alguns momentos os ponteiros das horas e dos minutos ficavam sobrepostos. Se Joãozinho anotou a posição em que ocorreu a primeira sobreposição depois das 14h00, a posição do ponteiro das horas às 14h20min, e calculou corretamente o menor ângulo central compreendido entre essas duas posições, ele obteve aproximadamente:

- a. $10^{\circ} 30' 20''$
- b. $8^{\circ} 20' 36''$
- c. $5^{\circ} 22' 36''$
- d. $4^{\circ} 32' 44''$
- e. $3^{\circ} 28' 36''$

5. Dados três números inteiros positivos a , b e c , distintos, e menores ou iguais a 9, e se N é a soma de todos os números inteiros de três algarismos distintos que podem ser construídos com os números a, b e c , pode-se afirmar que:

- a. N pode ser um quadrado perfeito
- b. N é múltiplo de 9
- c. N pode ser 444
- d. O maior valor possível para N é 5994
- e. O quociente da divisão de N por 36 pode ser 37

6. Um corpo em queda livre, a partir do repouso (velocidade zero), percorre em cada segundo da queda, distâncias proporcionais aos números ímpares consecutivos; isto é, se no primeiro segundo ele percorreu x metros, no segundo ele percorreu $3x$ metros, no terceiro, $5x$ metros, e assim sucessivamente. Se a partir de uma altura h do solo, um corpo, inicialmente em repouso, cai em queda livre, percorrendo 5m no primeiro segundo e gastando $5 - 2\sqrt{5}\text{s}$ para percorrer o último quinto da altura inicial h , qual o valor de h ?

- a. 45 m
- b. 60 m
- c. 80 m
- d. 100 m
- e. 125 m



7. Seja $N_1 = abc$, um número natural de três algarismos distintos (a , b e c) não nulos, $N_2 = bac$, $N_3 = cba$ e $N_4 = acb$. Pode-se afirmar que se $N_1 + N_2 + N_3 + N_4$ for divisível por 37, então:

- N_1 é divisível por 3
- $26a + 10b + c$ é divisível por 37
- $a + b + c$ pode ser igual a 15
- $a + b + c$ não pode ser múltiplo de 7
- $10a + 26b + c$ é divisível por 37

8. Seja $S = 1 + 11 + 111 + 1111 + \dots + 1111\dots111$, onde a última parcela contém 99 algarismos, todos iguais a 1. Logo, se $T = 81S + 901$, então:

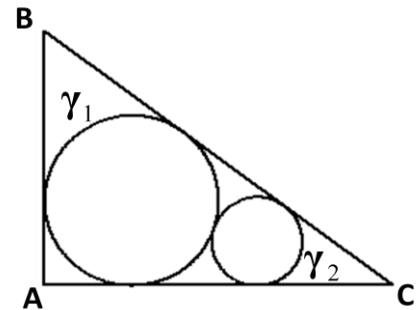
- $T = 10^{100}$
- $T = \frac{10^{100} - 1}{9}$
- $T = 10^{100} - 1$
- $T = \frac{10^{99} - 1}{9}$
- $T = 10^{99} - 1$

9. Sabendo que $\log_3 2 = a$ e $\log_7 6 = b$, então

$\log_{21} \frac{81}{343}$ é igual a:

- $\frac{a}{b}$
- $\frac{a+1}{b}$
- $\frac{4b-3a-3}{a+b+1}$
- $\frac{2b-3a+1}{a+b-1}$
- $\frac{b}{a+1}$

10. Na figura abaixo, temos um triângulo retângulo ABC, retângulo em A, e duas circunferências: γ_1 e γ_2 . A circunferência γ_1 é tangente aos três lados do triângulo, e a circunferência γ_2 é tangente aos lados AC e BC e à circunferência γ_1 .



Se $AB = 3m$ e $AC = 4m$, qual a medida do raio da circunferência γ_2 ?

- $\frac{\sqrt{2}}{2} m$
- $\frac{\sqrt{3}}{2} m$
- $\frac{2\sqrt{7} - 5}{2} m$
- $\frac{11 - 2\sqrt{10}}{9} m$
- $\frac{1}{2} m$

11. Um leitor estabelece como rotina para ler seus livros, as seguintes regras: toda vez que começa a ler um livro, lê todo dia algumas páginas, até terminar a leitura; no primeiro dia lê as 10 primeiras páginas e, a partir do segundo, relê as duas últimas páginas do dia anterior e mais 8 páginas. Mantendo essa rotina, se o leitor começar a ler um livro, com páginas numeradas de 1 a 230, no dia 01/07/2013, em que dia lerá a página 98 pela segunda vez?

- 10/07/2013
- 11/07/2013
- 12/07/2013
- 13/07/2013
- 02/08/2013



12. Sabendo $x = 2$ é uma raiz de multiplicidade 2 da equação $x^4 + ax^3 + bx^2 - 12x + 36 = 0$, qual é o valor da soma $a + b$?

- a. -7
- b. 8
- c. 9
- d. -9
- e. 10

13. Num corredor existem 100 portas enfileiradas e numeradas, em sequência, de 1 a 100. Num certo momento as 50 primeiras portas estão abertas e as 50 últimas estão fechadas. João deve alterar os estados das portas cujo número é par, fechando as que estão abertas e abrindo as que estão fechadas. Em seguida, Maria deve alterar os estados das portas cujo número é múltiplo de 3. E por último, Fernando deve alterar os estados das portas cujo número é múltiplo de 5. Terminadas todas as alterações, quantas portas estarão fechadas?

- a. 28
- b. 36
- c. 40
- d. 45
- e. 56

14. No lançamento simultâneo de três dados honestos, um verde, um vermelho e um azul, quais resultados (número total de pontos) possuem a maior probabilidade de ocorrer?

- a. 7 e 8
- b. 9 e 10
- c. 10 e 11
- d. 12 e 13
- e. 14 e 15

15. O produto dos divisores positivos de 2013^{2012} é:

- a. 2013^{2012}
- b. 2012^{2013}
- c. $2013^{(1006 \cdot 2013^3)}$
- d. $2013^{(503 \cdot 2012^3)}$
- e. $2013^{2012} \cdot 2012^{2013}$

16. Uma caixa contém 5 cartões numerados com números naturais distintos e não nulos. Ordenando esses números em ordem crescente, verifica-se que os três números centrais são consecutivos e o número central é a média aritmética entre o primeiro e o último número. Se a soma dos 5 números é 25 e apenas um dos 5 números é múltiplo de 3, então:

- a. a soma dos três últimos números é 15
- b. a soma dos três primeiros números é 11
- c. um dos cinco números é múltiplo de 9
- d. apenas um dos cinco números é primo
- e. nenhum dos números é múltiplo de 8

17. Considere as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{se } x \leq 2 \\ 3-x, & \text{se } x > 2 \end{cases} \quad \text{e}$$
$$g(x) = \begin{cases} 3-x, & \text{se } x \leq 2 \\ x-1, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Assinale a alternativa que contém a função $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $h(x) = f(g(x-1))$.

- a. $h(x) = \begin{cases} 3-x, & \text{se } x \leq 3 \\ 6-2x, & \text{se } x > 3 \end{cases}$
- b. $h(x) = \begin{cases} 3-x, & \text{se } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{se } x > 2 \end{cases}$
- c. $h(x) = \begin{cases} x-1, & \text{se } x < 2 \\ 3-x, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ x-3, & \text{se } 3 < x \leq 4 \\ 5-x, & \text{se } x > 4 \end{cases}$
- d. $h(x) = \begin{cases} 3-x, & \text{se } x < 2 \\ x-1, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ 5-x, & \text{se } 3 < x \leq 4 \\ 2x-1, & \text{se } x > 4 \end{cases}$
- e. $h(x) = \begin{cases} x-1, & \text{se } x < 2 \\ 3-x, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ 2x-6, & \text{se } 3 < x \leq 4 \\ 6-x, & \text{se } x > 4 \end{cases}$



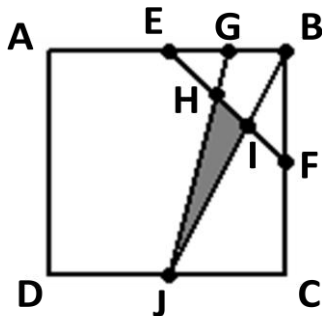
18. Dizemos que uma sequência $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ é uma progressão aritmética de segunda ordem, se a sequência $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$, definida por:

$$b_k = a_{k+1} - a_k, \quad k \geq 1,$$

for uma progressão aritmética. Portanto, sabendo que a sequência: 2, 5, 11, 20, 32, ... é uma progressão aritmética de segunda ordem, qual o centésimo termo desta sequência?

- a. 50000
- b. 42800
- c. 29900
- d. 15050
- e. 14852

19. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado de lado 2m, E, F e G são os pontos médios dos segmentos AB, BC e EB, respectivamente, e os pontos H e I são as intersecções do segmento EF com os segmentos GJ e BJ, respectivamente:



Qual a área do triângulo HIJ?

- a. $\frac{1}{3}$
- b. $\frac{2}{3}$
- c. $\frac{4}{5}$
- d. $\frac{5}{12}$
- e. $\frac{4}{15}$

20. Uma matriz quadrada é ortogonal, se ela for invertível e sua inversa for igual à sua transposta. Se A é uma matriz ortogonal de ordem n, A_i é a matriz $1 \times n$ correspondente à i-ésima linha de A e $A_i \cdot A_j = a_{i1} a_{j1} + a_{i2} a_{j2} + \dots + a_{in} a_{jn}$ é a soma dos produtos ordenados dos elementos da i-ésima linha pelos elementos da j-ésima linha de A, pode-se afirmar que:

- a. $A_i \cdot A_j = 1$, $i \neq j$
- b. $A_i \cdot A_j = 1$, $i = j$
- c. $A_i \cdot A_j = 0$, $i = j$
- d. $A_i \cdot A_j = -1$, $i \neq j$
- e. $A_i \cdot A_j = -1$, $i = j$