1. João e Paulo são porteiros de um condomínio. João trabalha 5 dias e folga 1, enquanto Paulo trabalha 6 dias e folga 2. Se em 18/06/2012, os dois estavam de folga, e no dia seguinte os dois voltaram a trabalhar, qual a próxima data de 2012 em que os dois voltarão a folgar no mesmo dia?
a. 12/07/2012
b. 29/07/2012
c. 04/08/2012
d. 04/09/2012
e. 18/09/2012

2. Quantas soluções inteiras; isto é, quantos pares ordenados (x, y) de números inteiros x e y, satisfazem a equação:
$$4x^2 + 5y^2 - 4xy - 8y = 9 \text{ ?}$$
a. 0
b. 2
c. 4
d. 6
e. 8

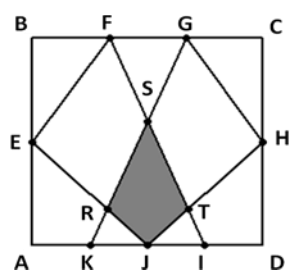
3. Considere as seguintes afirmações, todas verdadeiras, a respeito das famílias de Pedro e João:
i) Pedro e João não são irmãos;
ii) Pedro, seus irmãos e suas irmãs são filhos de um mesmo pai e de uma mesma mãe;
iii) João, seus irmãos e suas irmãs são filhos de um mesmo pai e de uma mesma mãe;
iv) O número de irmãos de Maria, irmã de Pedro, é metade do número de irmãs de João;
v) Maria tem apenas uma irmã;
vi) Se Maria tivesse um irmão a mais, teria o mesmo número de irmãos de João;
vii) O número de irmãos de João mais o dobro do número de irmãs de Pedro é igual ao número de irmãs de João.
Pode-se então afirmar que:
a. O pai de João tem exatamente 12 filhos.
b. João tem 6 irmãs.
c. O número de irmãs de Pedro é igual ao número de irmãs de Maria.
d. Cada irmã de João tem 6 irmãos.
e. Cada irmão de Maria tem 4 irmãos.

4. O máximo divisor comum entre $2^{2012} - 1$ e $2^{2000} - 1$ é:
a. 1
b. 2
c. 8
d. 15
e. 63

5. Ao efetuar diversas divisões de números naturais por potências de 3, um aluno percebeu que poderia saber o quociente e o resto da divisão, a partir dos quocientes e dos restos de sucessivas divisões por 3. Para dividir por $9=3^2$, por exemplo, o aluno dividia por 3, anotando o resto e o quociente, e a seguir dividia o quociente obtido também por 3, e anotava o novo quociente e o novo resto obtido. Numa dessas divisões, o aluno, para saber o quociente e o resto da divisão de um número natural N por 27, efetuou a divisão do mesmo por 3, obtendo um quociente q_1 e um resto r_1, a seguir dividiu q_1 por 3, obtendo um quociente q_2 e um resto r_2 e finalmente, dividiu o quociente q_2 por 3, obtendo o quociente q_3 e o resto r_3. Pode-se então afirmar que o resto da divisão do número N por 27 é:
a. r_3
b. igual ao resto da divisão de $r_1 + r_2 + r_3$ por 3
c. $r_1 + 3r_2 + 9r_3$
d. igual ao resto da divisão $r_1 + 3r_2 + 9r_3$ de por 3
e. igual ao resto da divisão $q_1 + 3q_2 + 9q_3$ de por 3

6. O preço de um tipo de tecido é proporcional à área, mas como a largura do tecido é fixa, uma loja costuma vender o tecido por metro de comprimento. Ocorre que chegou um novo lote de tecidos, cujas larguras são 10% maiores do que a largura do tecido que havia na loja, e cujos preços por m² também são 10% maiores. Para continuar vendendo o tecido por metro de comprimento, o preço do metro de comprimento do tecido deve sofrer um aumento de:
   a. 1%
   b. 10%
   c. 20%
   d. 21%
   e. 100%

7. Na figura, ABCD é um quadrado de 4m de lado. O ponto E é o ponto médio do lado AB, os pontos F e G dividem o lado BC em três partes iguais, o ponto H é o ponto médio do lado CD e os pontos I, J e K dividem o lado DA em quatro partes iguais. Portanto a área do quadrilátero JRST é igual a:



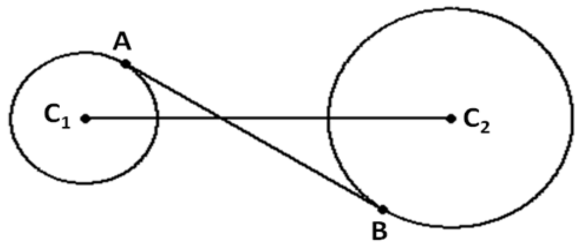
   a. 1,5 m²
   b. $\frac{8}{3}$ m²
   c. 2 m²
   d. $\frac{144}{85}$ m²
   e. $\frac{128}{78}$ m²

8. Seja N um número natural de dois algarismos, ambos diferentes de zero. Quando multiplicamos N por 3, obtemos num número natural de dois algarismos, sendo que o primeiro é igual ao último algarismo de N. Esse mesmo número N, quando multiplicado por 4, resulta num número natural de três algarismos, sendo que o último é igual ao primeiro de N. Logo, podemos afirmar que:
   a. N tem 6 divisores positivos.
   b. A soma dos algarismos de N é 6.
   c. O produto dos algarismos de N é 15.
   d. N é múltiplo de 9.
   e. N é primo.

9. Num jogo de dominó tradicional, de 28 peças, a soma dos pontos de cada peça pode variar de 0 (peça 0-0) até 12 (peça 6-6). Um jogador escolhe aleatoriamente 7 peças. Qual a probabilidade de que a soma total dos pontos de cada peça escolhida seja 21?
   a. $\dfrac{128}{\binom{28}{7}}$
   b. $\dfrac{1}{\binom{28}{7}}$
   c. $\frac{1}{4}$
   d. $\frac{1}{2}$
   e. $\frac{2}{3}$

10. Escrevendo sem espaços entre eles, todos os números naturais ímpares de 1 a 199, quantas vezes dois algarismos sucessivos formam um número natural quadrado perfeito de dois algarismos?
   a. 6
   b. 10
   c. 13
   d. 15
   e. 17

11. Na figura temos duas circunferências disjuntas, de centros C_1 e C_2. Sabe-se que o raio da circunferência menor mede 1 m, a distância entre os centros é igual a 5 m e a medida da tangente interna AB é de 4 m. Qual o a medida em metros do raio da circunferência maior?



a. $\frac{5}{3}$
b. 2,0
c. $\frac{12}{5}$
d. $\frac{5}{2}$
e. 1,8

12. Numa certa comunidade, toda transição financeira é efetuada utilizando-se moedas. A moeda oficial é o Lut e existem apenas três tipos de moedas: de 9 luts, de 48 luts e de 72 luts. Assinale a alternativa que contém uma quantia que não pode ser paga utilizando somente esses tipos de moeda.
a. 102 luts
b. 117 luts
c. 118 luts
d. 126 luts
e. 135 luts

13. Um número natural N quando dividido por 3 deixa resto 1 e quando dividido por 5 deixa resto 4. Qual o resto da divisão de N por 15?
a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
e. 4

14. Numa competição de natação, João, Paulo e Maria participaram de 6 provas cada um, não necessariamente as mesmas. Cada um deles ganhou exatamente 5 medalhas. Na prova que Paulo ganhou sua única medalha de ouro, Maria ganhou sua única medalha de bronze. Maria não ganhou nenhum ouro. João ganhou 2 medalhas de prata a menos do que Maria e não ganhou nenhum bronze. Pode-se então afirmar que:
a. Paulo ganhou três medalhas de bronze.
b. Juntos, João, Paulo e Maria ganharam 7 medalhas de prata.
c. Paulo ganhou 4 medalhas de bronze.
d. Juntos, João, Paulo e Maria ganharam 4 medalhas de ouro.
e. João ganhou 2 medalhas de ouro.

15. O domínio da função $f(x) = \log_{2x-1}\left(\frac{2x+1}{3x+2}\right)$ é o conjunto:

a. $]-\infty,\infty[\ -\left\{-\frac{2}{3}\right\}$

b. $]-\frac{2}{3},\infty[$

c. $]-\frac{2}{3},\frac{1}{2}[$

d. $]\frac{1}{2},\infty[\ -\{1\}$

e. $]-\frac{2}{3},\frac{1}{2}[\ \cup\ ]-\frac{1}{2},\infty[$

16. Desenvolvendo em potências decrescentes de x a expressão: $(x+2)^{50}$, qual é o valor da soma dos coeficientes dos termos de ordem ímpar?

a. 2^{50}

b. 3^{50}

c. $\frac{2^{50}+1}{2}$

d. 3^{25}

e. $\frac{3^{50}+1}{2}$

17. Uma herança foi dividida para três irmãos, não gêmeos, de forma que a razão entre a diferença entre os valores recebidos pelo mais velho e pelo do meio e a diferença entre os valores recebidos pelo do meio e o mais novo, fosse igual à razão entre a diferença dos valores recebidos pelo mais velho e o mais novo e a diferença entre os valores recebidos pelo mais velho e o do meio. Pode-se então afirmar que a razão deve ser igual a:

a. $\sqrt{5}$

b. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

c. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

d. $\frac{1}{2}$

e. $\frac{1}{3}$

18. Um palíndromo bonito é um número natural com um número par de algarismos, todos pares ou primos, e que resulta no mesmo número quando lido de trás pra frente. Por exemplo, o número 4554 é um palíndromo bonito. Quantos palíndromos bonitos de 4 algarismos existem?

a. 20
b. 56
c. 72
d. 81
e. 90

19. Simplificando a expressão:

$$\frac{\binom{50}{1}+2\binom{50}{2}+3\binom{50}{3}+.....+50\binom{50}{50}}{\binom{49}{0}+2\binom{49}{1}+4\binom{49}{2}+.....+2^{50}\binom{50}{50}},$$

obtemos:

a. 50^{50}

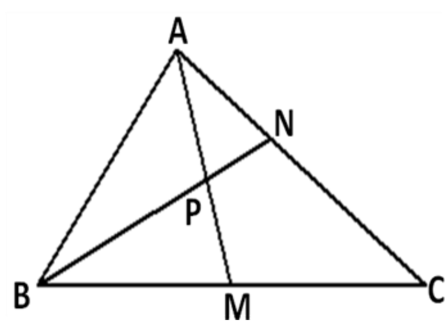
b. $25\left(\frac{2}{3}\right)^{50}$

c. 1

d. $50\left(\frac{2}{3}\right)^{49}$

e. 2

20. Na figura, o triângulo ABC é retângulo, reto em $\hat{A}$, o segmento AM é a mediana relativa ao lado BC, o segmento BN é a bissetriz relativa ao ângulo $\hat{B}$ e o ponto P é a intersecção dos segmentos AM e BN. Se AB=3m e AC=4m, qual a área do triângulo ANP?



a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{2}{5}$

c. $\frac{3}{5}$

d. $\frac{27}{44}$

e) $\frac{29}{36}$