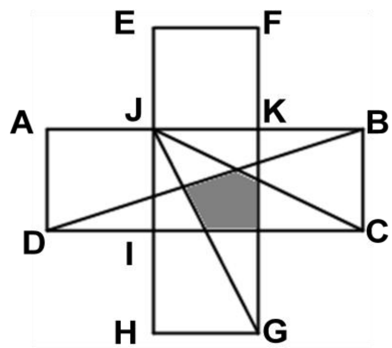
1) Dados dois conjuntos A e B não vazios, dizemos que uma função f de A em B é sobrejetora, se a imagem de f é o conjunto B. Se A é um conjunto de $n \geq 3$ elementos e B um conjunto de 3 elementos, determine, em função de n, quantas funções sobrejetoras de A em B podem ser construídas.

2) Qual é o resto da divisão de $11^{11^{11111}}$ por 25?

3) Simplifique a expressão:

$$\frac{\binom{20}{0}^2+\binom{20}{1}^2+\binom{20}{2}^2+\ldots\ldots+\binom{20}{8}^2+\binom{20}{9}^2+\binom{20}{10}^2}{\binom{20}{0}+\binom{20}{1}\binom{10}{9}+\binom{20}{2}\binom{10}{8}+\binom{20}{3}\binom{10}{7}+\ldots\ldots+\binom{20}{9}\binom{10}{1}+\binom{20}{10}}$$

4) Na figura abaixo, os quadriláteros ABCD, EFGH, BCIJ e GHJK são retângulos. Sabe-se ainda que $\mathbf{AB} = \mathbf{EH} = \mathbf{3cm},\ \mathbf{EF} = \mathbf{FK} = \mathbf{KB} = \mathbf{BC} = \mathbf{1cm}$, BD é diagonal do retângulo ABCD, JC é diagonal do retângulo BCIJ e GJ é diagonal do retângulo GHJK. Determine a área do pentágono pintado.



5) Vamos supor que a distância d entre dois pontos quaisquer de coordenadas (x_1, y_1) e (x_2, y_2) do plano, fosse definida por: $d = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$. Da geometria elementar, sabemos que uma circunferência é o lugar geométrico dos pontos que eqüidistam de um ponto dado (seu centro), e que essa distância é o raio da circunferência. Considerando essa definição de circunferência e a nova definição de distância, trace o gráfico da circunferência de centro na origem e raio 1.

6) Seja “a” um número real positivo e raiz da equação: $x^4 + 5x^2 + a^2 = 0$. Mostre que a equação: $ax^3 + 3ax^2 + a^3 + 5a = 0$ não possui raízes racionais.

7) Quantas soluções inteiras positivas a equação $\mathbf{x^3 + 25x^2 + 5x - 13^5 = 0}$ tem?

8) Uma partição de um conjunto A não vazio, consiste em escrever A como união de subconjuntos não vazios e mutuamente exclusivos de A. Por exemplo, as partições possíveis do conjunto $\mathbf{A}=\{1,2,3\}$ em dois subconjuntos não vazios são:

$$\{1\}\cup\{2,3\},\ \{2\}\cup\{1,3\}\ \text{e}\ \{3\}\cup\{1,2\}$$

Se $\left\{ n \atop k \right\}$, com $n>0$, representa o número de partições possíveis de um conjunto não vazio de n elementos em k subconjuntos não vazios, mostre que:

a. $\left\{ n \atop 2 \right\} = 2^{n-1}-1$

b. $\left\{ n \atop k \right\} = k\left\{ n-1 \atop k \right\} + \left\{ n-1 \atop k-1 \right\},\ k \geq 1$

Considere: $\left\{ r \atop s \right\} = 0$, se $r<s$ ou $r>s=0$, e $\left\{ 0 \atop 0 \right\} = 1$