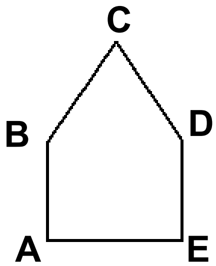
1) João disse a Maria: - Hoje eu tenho um pouco mais da metade da idade de meu pai. Quando meu pai tiver o dobro da idade que eu tenho hoje, eu terei dois terços da idade dele. E Maria disse:- É verdade, e isso vai acontecer daqui a seis anos. Qual a idade atual de João?

2) Numa classe de apenas cinco alunos, um deles resolveu aprontar com a professora. Enquanto ela estava distraída, ele pegou o pacote de provas e o escondeu. A professora, irritada, resolveu descobrir o autor da travessura, sob pena de puni-los a todos, caso não descobrisse. Começaram então a falar. João falou tão baixo e enrolado, que não deu pra entender nada o que ele falou, Paulo disse que Mário era inocente, Mário disse que Pedro era inocente, Pedro disse que Juca era o culpado e Juca disse que o culpado era João. Maria que estava fora da sala, mas viu a travessura pela janela, entrou na sala e disse para a professora: - Eu vi tudo professora, apenas um deles é culpado, e ele disse a verdade, os outros são inocentes, e mentiram. A partir disso, e sabendo que Maria nunca mentia, a professora, que era professora de matemática, concluiu corretamente quem era o culpado. Quem era o culpado?

3) Um fio de 66 metros de comprimento é dobrado de forma a produzir a figura poligonal ABCDE abaixo. Se $BC = CD = EA = x$ e $DE = AB = y$, determine x e y para os quais a área da figura é a maior possível.

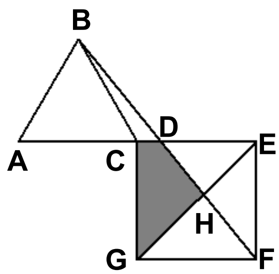


4) Quantos números naturais de 4 dígitos, $d_1d_2d_3d_4$, nos quais $d_3 = d_1 + d_2$ e $d_4 = d_2 + d_3$ existem?

5) Prove que: $\frac{1}{4}+\cos 20^0+\cos 40^0+\cos 60^0+\cos 80^0+\cos 100^0=\frac{\sqrt{3}\cot g\ 10^0}{4}$

6) Encontre quatro números naturais diferentes a,b,c e d tais que: $a^3 + b^3 = c^3 + d^3 = 1729$.

7) Na figura abaixo: o triângulo ABC é eqüilátero; CEFG é um quadrado; os pontos A, C e E são colineares; D é o ponto de intersecção dos segmentos $\overline{BF}$ e $\overline{CE}$, H é o ponto de intersecção dos segmentos $\overline{BF}$ e $\overline{GE}$ e $AB = CE = 1\,m$. Determine a área do quadrilátero GCDH.



8) Prove que:

$$\frac{\binom{50}{1}+2\binom{50}{2}+3\binom{50}{3}+4\binom{50}{4}+\dots\dots\dots+50\binom{50}{50}}{1+2\binom{50}{1}+2^2\binom{50}{2}+\dots\dots+2^{50}\binom{50}{50}}=25\left(\frac{2}{3}\right)^{50}$$

onde:

$\binom{n}{k}=\dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$: número binomial de n sobre k.