



1) Numa classe de apenas cinco alunos, um deles resolveu aprontar com a professora. Enquanto ela estava distraída, ele pegou o pacote de provas e o escondeu. A professora, irritada, resolveu descobrir o autor da travessura, sob pena de puni-los a todos, caso não descobrisse. Começaram então a falar. João falou tão baixo e enrolado, que não deu pra entender nada o que ele falou, Paulo disse que Mário era inocente, Mário disse que Pedro era inocente, Pedro disse que Juca era o culpado e Juca disse que o culpado era João. Maria que estava fora da sala, mas viu a travessura pela janela, entrou na sala e disse para a professora: - Eu vi tudo professora, apenas um deles é culpado, e ele disse a verdade, os outros são inocentes, e mentiram. A partir disso, e sabendo que Maria nunca mentia, a professora, que era professora de matemática, concluiu corretamente quem era o culpado. Quem era o culpado?



2) João disse a Maria: - Hoje eu tenho um pouco mais da metade da idade de meu pai. Quando meu pai tiver o dobro da idade que eu tenho hoje, eu terei dois terços da idade dele. E Maria disse:- É verdade, e isso vai acontecer daqui a seis anos. Qual a idade atual de João?



3) No Reino da Esparcolândia, as transações comerciais eram feitas utilizando como dinheiro apenas dois tipos de moedas, as de 5 esparcos e as de 7 esparcos. Utilizando apenas esses dois tipos de moedas e admitindo um número ilimitado de moedas disponíveis para as transações:

a) Qual o menor valor que podia ser pago com essas moedas?

b) Não admitindo troco, qual o menor valor a partir do qual qualquer valor inteiro podia ser pago com essas moedas?

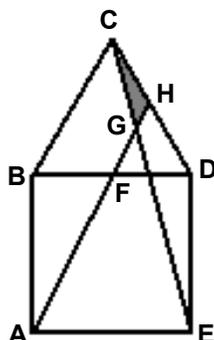
c) Dê duas maneiras para se pagar uma dívida de 494 esparcos.



4) Muita mística tem sido criada ao longo dos tempos em torno da tal sexta-feira 13; por outro lado, uma festa que retrata bem fantasias ligadas ao medo e ao terror é a de Halloween, que ocorre no mês de outubro em cada ano. Neste ano, 2010, 13 de outubro ocorreu numa quarta-feira, em que ano, a partir de 2011, teremos novamente uma sexta-feira 13 em outubro?



5) Na figura abaixo, $ABDE$ é um quadrado de lado 1 m, BCD é um triângulo equilátero, F é o ponto médio do segmento BD , G é a intersecção dos segmentos AH e CE e H é a intersecção dos segmentos AH e CD . Determine a área do triângulo CGH em destaque.





6) Encontre quatro números naturais diferentes a, b, c e d tais que: $a^3 + b^3 = c^3 + d^3 = 1729$.



7) Efetue as operações solicitadas:

a) Simplifique o radical: $\sqrt[13]{2^{45}}$

b) Racionalize a fração: $\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}$

Dica: utilize o produto notável: $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$



8) Determine o resto da divisão de 3^{2010} por 31.