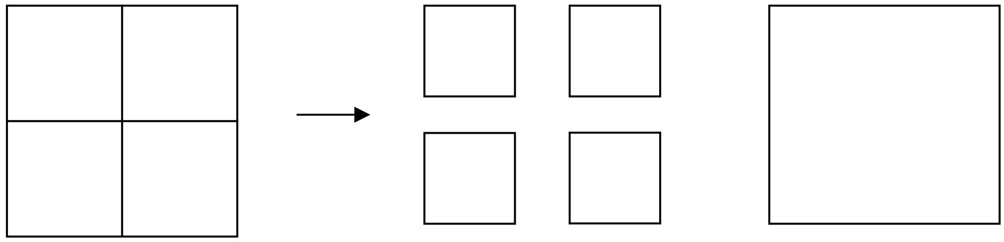
1) Três torneiras A, B e C quando ligadas sozinhas enchem um certo tanque em 30 min, 60 min e T min, respectivamente. Verifica-se que se ligarmos a torneira A, 5 min depois a torneira B e 5 min depois a torneira C, o tanque fica totalmente cheio em T-10 min. Determine T. Expresse T na forma: x min y s.

2) Um superatleta sobe os degraus de uma escada, composto por 332 degraus, na seguinte seqüência: 1, 2, 3, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3,..., ou seja, primeiro ele sobe 1 degrau, depois 2 degraus e assim por diante. Quantos passos de 1 degrau, 2 degraus e 3 degraus ele usou para percorrer toda a escada?

3) Considere um tabuleiro quadrado n x n. Prove que o número Q de quadrados que podem ser construídos com os lados apoiados sobre os lados das quadrículas do tabuleiro é dado por:

$$Q = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}$$

Por exemplo, para n = 2 podem ser construídos 5 quadrados:



4) Determine todos os inteiros cubos perfeitos da forma $9k+8$, onde k é um número inteiro. (exemplos de cubos perfeitos: $8=2^3$, $27=3^3$, $64=4^3$, $etc...$)

5) Em quantos anagramas da palavra UMESP, aparecem duas e somente duas consoantes juntas? (UMSEP e MPUSE são dois exemplos desses anagramas).

6) Seja $S=\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)+\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\right)+\left(\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}\right)+........+\left(\frac{\sqrt{625}-\sqrt{624}}{\sqrt{625\times 624}}\right)$. Calcule $\log_{24}(25.S)$.

7) Sejam x e y números reais, tais que x, y e x + y pertencem ao intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Se $\operatorname{tg}(x+y) = 4\sqrt{5}$ e $\sin y = \frac{3}{5}$, calcule $\cos x$.

8) Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Calcule: $C.[(ABC) + (ABC)^2 + (ABC)^3 + ...].A$