III Olimpíada de Matemática do Grande ABC, Segunda Fase – Nível 2 (7º e 8º Séries)



1) A mãe de João lhe entregou R\$ 29,10 e pediu-lhe que fosse ao mercado comprar os seguintes itens: pacotes de queijo branco, mortadela fatiada e pães franceses. Ela ordenou que ele primeiramente comprasse o máximo de pacotes de queijo branco, e com o restante, comprasse 1 pão para cada 40 gramas de mortadela fatiada. Ao chegar no mercado, João observou atentamente os seguintes preços: mortadela - R\$ 0,90 por 100 gramas, queijo - R\$ 8,00 por pacote e pão - R\$ 0,15 por unidade. João comprou tudo, seguindo exatamente as ordens da mãe e, honestamente, informou-a de que não havia sobrado troco. Quais foram às quantidades compradas?

2) Dado que
$$\frac{a-b}{b-c} = \frac{2}{3}$$
, determine $\frac{a-b}{a-c}$.



III Olimpíada de Matemática do Grande ABC, Segunda Fase – Nível 2 (7º e 8º Séries)



3) Numa caixa existem "A" bolas azuis, "V" bolas vermelhas e "P" bolas pretas. Verifica-se que 25% das bolas da caixa são vermelhas. Retirando-se 9 bolas azuis da caixa esta proporção aumenta para 30%. Devolvendo as bolas azuis e retirando 5 bolas vermelhas e 4 pretas, a proporção se reduz a 20%. Quantas bolas existem na caixa, e quantas delas são vermelhas?

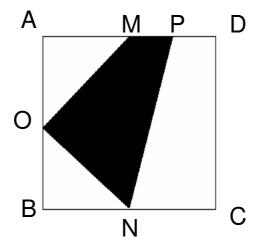
4) Mostre que
$$N=\frac{\sqrt{121-40\sqrt{6}}+4\sqrt{6}-11}{8\sqrt{6}-16}$$
 é um número inteiro.



III Olimpíada de Matemática do Grande ABC Segunda Fase – Nível 2 (7º e 8º Séries)



5) O quadrado ABCD abaixo possui lados iguais a *l*. Os pontos M,N e O são pontos médios dos lados a que pertencem e o ponto P é ponto médio de MD. Expresse a área pintada do quadrilátero OMPN em função do lado *l*.





III Olimpíada de Matemática do Grande ABC Segunda Fase – Nível 2 (7º e 8º Séries)



6) Determine todos os inteiros cubos perfeitos da forma 9k + 8, onde k é um número inteiro. (exemplos de cubos perfeitos: $8 = 2^3$, $27 = 3^3$, $64 = 4^3$, etc...)

- 7) Sobre um número de cinco algarismos distintos são feitas as seguintes afirmações:
 - a) Ele é múltiplo de 9.
 - b) Lido de trás pra frente resulta num número múltiplo de 5.
 - c) O segundo algarismo menos o terceiro algarismo dá o primeiro algarismo.
 - d) O terceiro algarismo mais o quarto algarismo dá o quinto algarismo.
 - e) O segundo algarismo é o dobro do quarto algarismo.

Qual é esse número?



III Olimpíada de Matemática do Grande ABC Segunda Fase – Nível 2 (7º e 8º Séries)



8) Na figura, ABCD é um retângulo, M é o ponto médio do lado AB, N o ponto médio do lado DC, L o ponto médio do segmento DN, O é o ponto médio do segmento NC e P o ponto médio do segmento NN. Sendo Q a intersecção do segmento DN com a semi-reta OP, AB = 2 m e AD = 1 m, determine a área do triângulo MPQ.

