

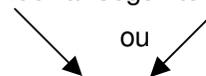
II Olimpíada de Matemática do Grande ABC Segunda Fase – Nível 3 (1ª ou 2ª Séries EM)

- 1) Numa feira, o preço de uma dúzia de bananas é igual ao preço de 2 maçãs, o preço de 5 pêras é igual ao preço de 4 maçãs e o preço de 22 cerejas é igual ao preço de 10 pêras e 18 bananas. Se eu tiver dinheiro para comprar exatamente 20 cerejas, qual a máxima quantidade de maçãs que poderei comprar com o mesmo dinheiro?

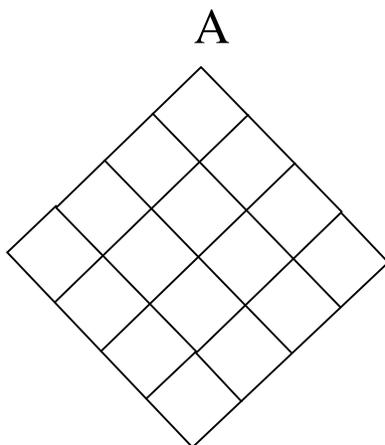


- 2) No jogo abaixo, devemos partir do ponto A e encontrar um caminho através dos contornos dos quadrados que leve ao ponto B, utilizando a seguinte regra:

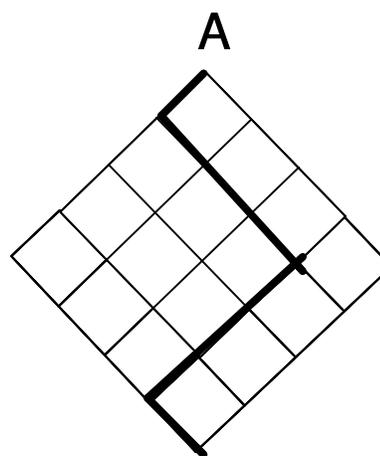
Somente serão permitidos movimentos para baixo; ou seja:



exemplo



B



B

Qual o número total de caminhos possíveis que ligam A e B?

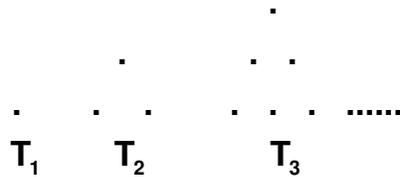


II Olimpíada de Matemática do Grande ABC Segunda Fase – Nível 3 (1ª ou 2ª Séries EM)

- 3) Considere uma urna contendo 20 fichas brancas e 20 fichas pretas. Retira-se da urna algumas fichas. Multiplicando o número de fichas brancas pelo número de fichas pretas, que restaram na urna, resulta 288. Retira-se agora mais duas fichas da urna, e verifica-se que a multiplicação do número de fichas brancas pelo número de fichas pretas, na urna, resulta 252. Quantas fichas ainda restaram na urna?



- 4) Os números $T_1=1$, $T_2=3$, $T_3=6$, $T_4=10, \dots$ são da forma $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$, onde n é um número inteiro positivo. Tais números são chamados Triangulares, pois podem ser representados geometricamente por triângulos:



Sabendo que o número $Q = 1\,527\,696$ é um quadrado perfeito, expresse Q como soma de dois números triangulares.



**II Olimpíada de Matemática do Grande ABC
Segunda Fase – Nível 3 (1ª ou 2ª Séries EM)**

5) Determine a soma dos algarismos do número $(1111111111)^2$.



6) João, Maria e José são os 3 filhos de Paulo, que adora formular “probleminhas” de matemática. Um dia, Paulo encontrou Daniel, um velho amigo bom em matemática, que não via desde que era solteiro. Papo vai, papo vem, e Daniel perguntou sobre os filhos de Paulo. Paulo respondeu : - Antes de falar sobre eles, e para não perder o costume, vamos ver se você consegue descobrir suas idades.

Lá vão as dicas:

- I) Tenho 3 filhos.
- II) Os dois mais novos são gêmeos.
- III) O mínimo múltiplo comum de suas idades é 84.
- IV) Quando meu primeiro filho nasceu eu já tinha mais de 17 anos.
- V) Lembre-se de que eu só tenho 30 anos!

Daniel respondeu corretamente as idades dos filhos baseando-se unicamente nas dicas dadas. Qual foi a resposta de Daniel? Justifique.



II Olimpíada de Matemática do Grande ABC Segunda Fase – Nível 3 (1ª ou 2ª Séries EM)

7) Definindo módulo de um número real x por :

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Determine o conjunto solução real da equação : $\sqrt{x^2 - 2|x + 2|} = x - 6$.



II Olimpíada de Matemática do Grande ABC
Segunda Fase – Nível 3 (1ª ou 2ª Séries EM)

- 8) Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \sin^4 x + \cos x + 4$. Existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 7$? Justifique sua resposta.

