II Olimpíada de Matemática do Grande ABC
Primeira Fase – Nível 3 (1ª ou 2ª Séries EM)

1. Numa sala existem 13 alunos. É correto afirmar que:
   a) Existem dois alunos, pelo menos, que fazem aniversário no mesmo mês.
   b) Pelo menos um dos alunos faz aniversário em março.
   c) Nenhum deles faz aniversário em janeiro.
   d) Somente um deles faz aniversário em março.
   e) Cada aluno faz aniversário em um mês diferente dos demais.

2. Um triângulo possui os seguintes lados: $\sqrt{13}$ cm, 1cm e 3 cm. Pode-se afirmar que:
   a)O triângulo é retângulo
   b)O triângulo é obtusângulo
   c) O triângulo é acutângulo
   d)O triângulo é eqüilátero
   e)O triângulo é isósceles

3. O produto de certos números naturais primos é um número cujo último algarismo é 0. Pode-se afirmar que:
   a)Um desses primos é o 3
   b)Um desses primos é o 7
   c)Um desses primos é o 11
   d)Um desses primos é o 13
   e)Um desses primos é o 2

4. Considere três números inteiros positivos distintos. Sabe-se que a média aritmética dos dois menores é 9, e a média aritmética do dois maiores é 16. Sabe-se ainda que substituindo o maior deles por um número duas unidades menor, os três números, numa certa ordem, formam uma progressão aritmética. Qual é o número menor?

   a)2 b)6 c)8 d)10 e)12

5. Se $y = \dfrac{sen50^o.\cos 49^o.sen48^o.\cos 47^o}{sen43^o.\cos 42^o.sen41^o.\cos 40^o}$, então y^2 é igual a :

   a)0 b)$\dfrac{1}{4}$ c)$\dfrac{1}{2}$ d)1 e)2

6. Simplificando a expressão : $2^{\left(\frac{3}{4}+\log_{0,04}\sqrt{125}\right)}$, obtemos:

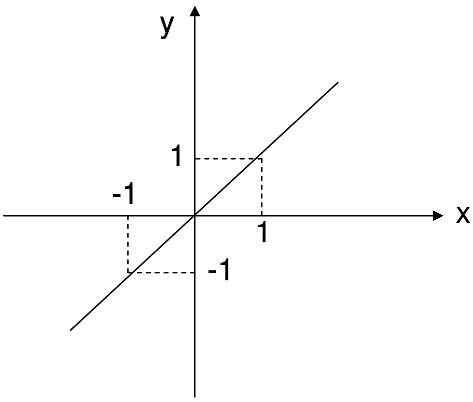
   a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c)2 d)4 e)8

7. Considere as funções $f, g : R \to R$ definidas por :

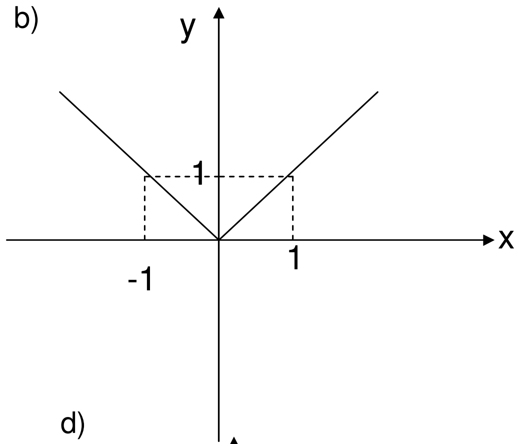
   $$f(x)=\begin{cases}1+x & ,x\le 0\\ 1-x & ,x>0\end{cases} \qquad g(x)=\begin{cases}1-x & ,x\le 0\\ 1+x & ,x>0\end{cases}$$

   O gráfico que melhor representa a função $f \circ g : R \to R$ definida por $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ é :

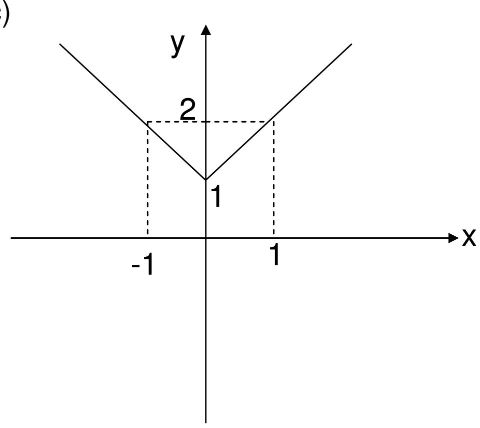
a)



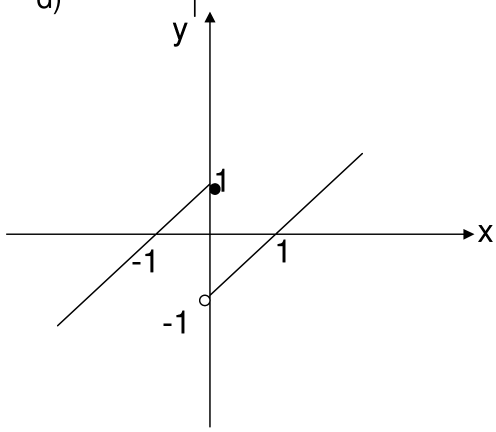
b)



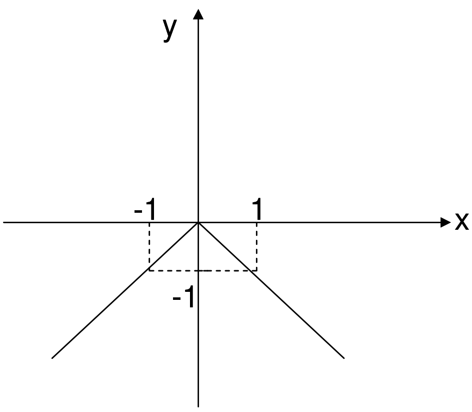
c)



d)



e)



8. A soma das raízes reais da equação : $\sqrt{x^2+6x+8} = x^2+6x+6$ é:

   a)-6 b)6 c)0 d)12 e) -12

9. Se $\log_4 7 = a$, então $2\log_{16} 112$ é igual a:

   a)a b)a+1 c)a+2 d)1 e)a+3

10. Seja S a soma dos divisores positivos de 73^{50}. Então 72.S+1 é igual a :

    a) 73^{51} b) $72^{50}+1$ c) 74^{50} d) $73^{51}+1$ e) $74^{50}-1$

11. Pode-se afirmar sobre o número 298799487675 que:

    a)Não é um múltiplo de 9.

    b)Não é um quadrado perfeito.

    c)É primo.

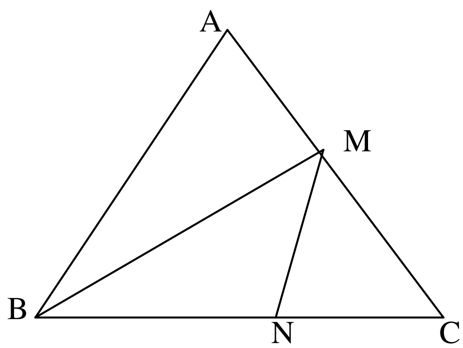
    d)É um múltiplo de 11.

    e)Elevado ao quadrado termina em 125.

12. O conjunto solução em R da equação $2^{2x}-2^{x+2}=-4$ é dado por :

    a) {0} b) {-2,2} c) {-1,1} d) {2} e) {1}

13. Na figura, o triângulo ABC é eqüilátero de lado $2\sqrt{3}$ m, $\overline{BM}$ é a bissetriz do ângulo $A\hat{B}C$ e $\overline{MN}$ a bissetriz do ângulo $B\hat{M}C$. Portanto a área do triângulo BMN é:



    a)1 m² b) $3\sqrt{3}$ m² c) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ m² d) $\frac{9}{4}(\sqrt{3}-1)$ m² e) $\frac{3}{4}(\sqrt{3}-1)$ m²

14. Quantas soluções do tipo *(x,y)*, com *x,y* inteiros, existem para a equação *xy=x+y* ?

    a)1 b)2 c)3 d)4 e)nenhuma

15. Seja abc um número de 3 algarismos distintos e não nulos. Permutando estes algarismos, obtemos 6 números distintos de 3 algarismos cuja soma é 1998. Podemos afirmar que um dos três algarismos (a,b ou c):

a)É 2 b)É 5 c)Pode ser 7
d)Não pode ser 8 e)Não pode ser 4

16. Sejam f e g duas funções tais que $0 \in$ Imagem de g, Domínio de f $\supset$ Imagem de g, f(g(x))= $x^2 - 3$ e f(0)=6. Pode-se afirmar que:

a)g é sobrejetora.
b)g possui somente uma raiz.
c)g é uma função do 1º grau.
d)g não é injetora.
e) $\sqrt{3}$ é uma raiz de g.

17. Um tanque de 100 litros está inicialmente vazio. A torneira encheria o tanque em 10 minutos, se ele não estivesse furado. Devido a este furo, ele perde 20 litros a cada 4 minutos. Em quanto tempo o tanque ficará cheio?

a) 20 minutos b) 30 minutos c)40 minutos
d) 60 minutos e) 15 minutos

18. Numa mesa estão dispostas 5 bolas coloridas com cores distintas. As cores são: verde, azul, vermelha, preta e branca. As bolas estão ordenadas da esquerda para a direita. Sabe-se ainda que:

I)As bolas preta e branca estão juntas, ou seja, lado a lado.
II)A 1ª bola a esquerda é a azul.
III)A bola verde está à direita da preta (não necessariamente juntas).
IV)A bola vermelha não está ao lado da verde e nem da preta.
Então, a posição correta (da esquerda para a direita) das bolas coloridas é:
a)Azul, vermelha, preta, branca e verde.
b)Azul, verde, preta, branca e vermelha.
c)Azul, vermelha, branca, preta e verde.
d)Azul, branca, preta, verde e vermelha.
e)Vermelha, preta, branca, azul e verde.

19. Num certo hotel, existe um certo número de pessoas e um certo número de apartamentos. Se em cada apartamento ficar somente 1 pessoa, então sobrarão 6 pessoas sem apartamento. No entanto, se em cada apartamento ficarem 2 pessoas, então sobrarão 2 apartamentos vazios. A soma do número de apartamentos e do número de pessoas é:

    a) 26 b)24 c)28 d)27 e)30

20. Considere 6 cartas, cada uma delas contendo 2 números inteiros positivos, um em cada face. Nenhum número que aparece numa carta, aparece em outra. Sabe-se que se numa face tem um número par, na oposta tem um número primo. Considerando estas informações, podemos afirmar que:

    a)Se uma carta possui um número par em uma das faces, na outra contém um número ímpar.

    b)Se uma carta possui um número primo em uma das faces, na outra contém um número par.

    c)Se uma carta possui um número par em uma das faces, na outra também pode ter um número par.

    d)Se uma carta possui um número ímpar em uma das faces, na outra não pode ter um número primo.

    e)Se uma carta possui um número primo em uma das faces, na outra não pode ter um número primo.