I Olimpíada de Matemática do Grande ABC Primeira Fase – Nível 3 (Ensino Médio)

1. Uma confeiteira dispõe de 242 balas de morango, 440 balas de abacaxi e 296 balas de cereja para montar saquinhos com quantidades iguais de balas. Além disso, o número de balas de cada sabor deve ser o mesmo em cada saquinho e devem ser usadas todas as balas. Qual é a menor quantidade possível de balas em cada saquinho?

- A) 57
- B) 56
- C) 54
- D) 55
- E) 58

2. Qual o próximo número da seqüência 1, 3, 6, 11, 18, 29, 42, ... ?

- A) 49
- B) 53
- C) 54
- D) 57
- E) 59

3. O João, o Thomas, o Diogo e o Pedro são todos casados. Os nomes das suas esposas sem que estejam por ordem são: Ângela, Cristina, Julia e Carla. A Cristina é irmã do Thomas e tem três filhos, o João e a mulher não têm filhos. A esposa do João nunca se encontrou com a Julia, que é amante do Thomas. A Ângela está tão chocada com o fato, que quer contar para a mulher do Thomas. Este e Diogo são gêmeos. Quem é casado com quem?

- A) Thomas e Carla, João e Cristina, Diogo e Ângela, Pedro e Julia.
- B) João e Ângela, Pedro e Cristina, Diogo e Julia, Thomas e Carla.
- C) Diogo e Carla, João e Julia, Pedro e Cristina, Thomas e Ângela.
- D) Pedro e Carla, João e Cristina, Thomas e Julia, Diogo e Ângela.
- E) Thomas e Ângela, Pedro e Cristina, Diogo e Carla, João e Julia.

4. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado de lado $\sqrt{3}$. Sendo ANC, AQC, BMD e BPD arcos de circunferências com centros nos vértices do quadrado, a área sombreada é:

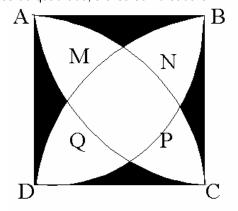
A)
$$10 + 3\sqrt{3} + \pi$$

B)
$$12 + 3\sqrt{3} - 2\pi$$

C)
$$12 - 3\sqrt{3} - 2\pi$$

D)
$$10 - 3\sqrt{3} + 2\pi$$

E) 1



5. Deseja-se acondicionar 10 objetos em 5 gavetas. Sabe-se que qualquer uma das gavetas tem capacidade para conter todos os objetos. De quantas maneiras esses objetos podem ser quardados nestas gavetas?

- A) 288
- B) 210
- C) 1001
- D) 2002
- E) 3003

I Olimpíada de Matemática do Grande ABC Primeira Fase - Nível 3 (Ensino Médio)

- 6. Considere a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ que satisfaz as condições:
 - I) 2 é raiz:
 - II) A soma de seus coeficientes é 4;
 - III) O gráfico de f passa pelo ponto (4,-2).

Qual é produto dos coeficientes?

- A) -70
- B) 80
- C) -50
- D) 60
- E) -30
- 7. Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, então A^{103} vale:

 - $A) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad C) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- $\begin{array}{cccc}
 & 1 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & -1 \\
 & 0 & 1 & 0
 \end{array}$ $& E) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\
 & 0 & -1 & 0 \\
 & 0 & 0 & 1
 \end{array}$
- 8. O produto das soluções de $x^2 5x + \frac{1}{r^2} \frac{5}{r} + 8 = 0$ é:
 - A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 10
- 9. Seja $f: R \to R$ uma função definida por $f(x) = 6 \operatorname{sen}(x) + 8 \cos(x) + 1$. Pode-se então afirmar que os valores máximo e mínimo de f são respectivamente:
 - A) 15 e 14
- B) 15 e 0
- C) 7 e -11

- D) 11 e -9
- E) 12 e 10
- 10. Considere dois números de três algarismos $c_1d_1u_1$ e $c_2d_2u_2$, tal que $c_1>u_1$ e $c_2>u_2$.
 - Seja $S_1 = c_1 d_1 u_1 + c_2 d_2 u_2$ e $S_2 = u_1 d_1 c_1 + u_2 d_2 c_2$. Se $S_1 S_2 = 594$, então

- $(c_1 + c_2) (u_1 + u_2)$ é igual a:
- A) 4
- B) 8
- C) 7
- D) 6
- E) 9
- 11. Se x_1 e x_2 são raízes de $x^2 5x + 100 = 0$, então $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$ vale:
 - A) -17520
- B) -17510
- C) -17525 D) -17530
- E) -17500

I Olimpíada de Matemática do Grande ABC Primeira Fase – Nível 3 (Ensino Médio)



12.	Num teste co	ntendo 10	perguntas,	ficou	combinado	que	acertando	а	k-ésima	questão
	ganha-se 10k pontos, e errando perde-se 5k pontos. Se neste teste Thiago fez 235 pontos									
	errando exatan	nente 3 au	estões, send	lo toda	s de ordem	impa	ar. pode-se	afi	rmar que	ele:

- A) errou a questão 3
- B) acertou a questão 7
- C) errou a questão 9
- D) acertou a questão 5
- E) errou a questão 1
- 13. Se há dez anos João tinha o dobro da idade de Paulo, daqui a dez anos:
 - A) João ainda terá o dobro da idade de Paulo.
 - B) João terá o dobro da idade de Paulo, mais dez anos.
 - C) João terá o dobro da idade de Paulo, mais vinte anos.
 - D) João terá o dobro da idade de Paulo, menos vinte anos.
 - E) João terá o dobro da idade de Paulo, menos dez anos.
- 14. Dadas 100 bolas numeradas de 1 a 100 e duas urnas A e B, são executadas as seguintes operações sucessivas:
 - I) As bolas impares são colocadas na urna A, e as pares na urna B.
 - II) Os múltiplos de 3 da urna A são transferidos para a urna B, e os múltiplos de 3 da urna B são transferidos para a urna A.

Ao final das operações, o número de bolas que restam na urna A, e a soma das mesmas, são respectivamente:

- A) 60 e 3009
- B) 49 e 2449
- C) 48 e 2508

- D) 51 e 2448
- E) 50 e 2400
- 15. Seja ABCD um quadrilátero inscritível, isto é, um quadrilátero que pode ser inscrito numa circunferência. Se $AB=3\,\mathrm{cm},\ BC=4\,\mathrm{cm},\ CD=6\,\mathrm{cm}$ e $DA=8\,\mathrm{cm},\ \mathrm{então}$ a área deste quadrilátero é aproximadamente:
 - A) 30 cm²
- B) 21 cm²
- C) 32 cm²
- D) 28 cm²
- E) 23 cm²
- 16. Qual é a negação da frase: "À noite, todos os morcegos são brancos"
 - A) Pelo menos um morcego não é branco à noite.
 - B) De dia, todos os morcegos não são brancos.
 - C) Pelo menos um morcego é branco à noite.
 - D) Á noite, nenhum morcego é branco.
 - E) De dia, algum morcego não é branco.
- 17. A soma das raízes reais da função $f(x) = -3 + \sqrt{\sqrt{2^{2x} 5 \cdot 2^{x+1} + 16} + 9}$ é:
 - A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 10
- E) 12

I Olimpíada de Matemática do Grande ABC Primeira Fase - Nível 3 (Ensino Médio)



18. Um grupo de 21 amigos marca um encontro em uma sorveteria num domingo à tarde. Após a chegada de todo o grupo eles escolhem o sabor de sorvete que querem tomar. Quatro amigos decidem tomar somente sorvete sabor morango, três decidem tomar somente sorvete sabor chocolate e dois decidem tomar somente sorvete sabor flocos. Seis dos amigos decidem tomar sorvete sabor morango e chocolate, quatro decidem tomar sorvete sabor chocolate e flocos e cinco decidem tomar sorvete sabor morango e flocos. Sabendo que três dos amigos não tomaram nenhum sorvete, quantos dos amigos tomaram sorvete dos três sabores, morango, chocolate e flocos?

- A) 1
- B) 9
- C) 4
- D) 3
- E) 2

19. Paulo foi ao mercado com R\$ 26,00 para comprar pêras, maçãs e melões. Ao observar os preços unitários: R\$ 2,00, R\$ 1,00 e R\$ 5,00, respectivamente, comprou 12 frutas e colocou-as numa sacola. Quando chegou em casa, viu que a quantidade de pêras era o triplo da quantidade de melões, e que tinha gasto todo o dinheiro. Se na sequência Paulo retirou ao acaso duas frutas da sacola, qual a probabilidade de ele ter retirado uma pêra e uma maçã?

- A) $\frac{4}{11}$

- B) $\frac{14}{33}$ C) $\frac{12}{22}$ D) $\frac{4}{22}$ E) $\frac{7}{11}$

20. Seja A o conjunto dos inteiros positivos de 5 algarismos que podem ser escritos utilizando apenas os algarismos 2 e 5. O conjunto dos elementos $N \in A$ tal que:

- I) N é um quadrado perfeito.
- II) A soma dos algarismos de N é 19.

- A) é vazio.
- B) é unitário.
- C) tem dois elementos.
- D) tem três elementos.
- E) tem quatro elementos.